

Задания областной олимпиады по геометрии

9 класс

ПЕРВАЯ ЛИГА

А.1 В треугольнике ABC точка D лежит на стороне BC . На продолжении AD лежит точка E так, что $AD=DE$ и $AC=BE$. Угол $ADB < 90^\circ$. Докажите, что AD — медиана.

А.2 Дана прямоугольная трапеция $ABCD$, меньшее основание которой AB , AC — биссектриса острого угла C , BE — высота и пересекает AC в точке F .

$$\frac{BC}{EC}=2, \quad S_{EFC}=4. \text{ Найти } S_{ABF}.$$

А.3 В трапеции $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке E так, что $AE \cdot EC = BE \cdot ED$, причем BD перпендикулярна AB и $BE=3$. Основания AD и BC находятся в отношении $5:3$, соответственно. Найдите боковую сторону AB .

А.4 Диагонали параллелограмма равны 12 и 8, одна из сторон — 6. Найдите периметр параллелограмма.

ВЫСШАЯ ЛИГА

В.1 В окружность вписан четырехугольник, причем центр окружности O находится внутри него. Точка K, M, N, P — середины сторон четырехугольника, следующие в порядке обхода. Докажите, что биссектрисы углов KON и MOP перпендикулярны.

В.2 В треугольнике ABC угол BAC равен 60° . Внутри треугольника взята точка P так, что углы APB, BPC, CPA равны 120° . Известно, что $AB=a$. Найдите площадь треугольника BPC .

В.3 Найти площадь ромба $ABCD$, если радиусы окружностей, описанных около треугольников ABC и ABD , равны R и r .