

## Задания областной олимпиады по геометрии

### 8 класс

#### ПЕРВАЯ ЛИГА

**A.1** Дан треугольник  $ABC$ , на стороне  $CB$  лежит точка  $P$  так, что  $PB=8$ ,  $CP=10$ . Найдите  $AP$ , если  $AC=15$ ,  $AB=12$ .

**A.2** В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BD$ . На продолжении  $BD$ , за точкой  $B$ , лежит точка  $E$  так, что  $AB$  — биссектриса угла  $EAC$ . Угол  $BCA$  в два раза больше угла  $BAC$ . Докажите равенство  $BC \cdot ED = AD \cdot BE$ .

**A.3** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  — прямой,  $CD$  — биссектриса,  $CN$  — высота.  $BC=21$ ,  $AC=28$ . Найдите  $DN$ .

**A.4** В четырехугольнике  $ABCD$  продолжения противоположных сторон  $AB$  и  $CD$  пересекаются под углом  $20^\circ$ ; продолжения противоположных сторон  $BC$  и  $AD$  также пересекаются под углом  $20^\circ$ . Докажите, что два угла этого четырехугольника равны, а два других отличаются на  $40^\circ$ .

#### ВЫСШАЯ ЛИГА

**B.1** В треугольнике  $ABC$  медиана, проведенная из вершины  $A$  к стороне  $BC$ , в четыре раза меньше стороны  $AB$  и образует с ней угол  $60^\circ$ . Найдите наибольший угол треугольника.

**B.2** Точки  $A, B, C$  лежат на одной стороне угла с вершиной в точке  $O$ , а точки  $A', B', C'$  — на другой. Известно, что  $B$  — середина отрезка  $AC$ ,  $B'$  — середина отрезка  $A'C'$ . Прямые  $AA', BB', CC'$  — параллельны. Докажите, что центры окружностей, описанных около треугольников  $OAC'$ ,  $OA'C$  и  $OBV'$  лежат на одной прямой.

**B.3** В круг вписаны: трапеция, основанием которой служит диаметр, и равнобедренный треугольник, стороны которого параллельны сторонам трапеции. Доказать, что площадь трапеции равна площади треугольника.