

Областное государственное автономное образовательное учреждение  
дополнительного профессионального образования  
«Институт повышения квалификации педагогических работников»  
(ОГАОУ ДПО «ИПКПР»)

РАССМОТРЕНО  
Программно-экспертный совет  
ОГАОУ ДПО «ИПКПР» \_\_\_\_\_  
Протокол № 3 от «29» сентября 2017 г.

УТВЕРЖДАЮ  
Ректор ОГАОУ ДПО «ИПКПР» \_\_\_\_\_  
Н.С. Лазарева  
«29» сентября 2017 г.

**Дополнительная профессиональная  
программа профессиональной  
переподготовки**

**«Обучение математике в соответствии  
с требованиями ФГОС»  
с правом ведения образовательной  
деятельности по математике**

Дополнительная профессиональная программа профессиональной переподготовки «Обучение математике в соответствии с требованиями ФГОС» с правом ведения образовательной деятельности по математике. – Биробиджан : ОГАОУ ДПО «ИПКПР», 2017. – 54 с.

Дополнительная профессиональная программа повышения квалификации «Обучение математике в соответствии с требованиями ФГОС» с правом ведения образовательной деятельности по математике рекомендована к печати и практическому применению в образовательных организациях Еврейской автономной области решением программно-экспертного совета областного ОГАОУ ДПО «ИПКПР» от 29 сентября 2017 года, №3.

**Составитель:**

Е.С. Бабинер, старший преподаватель кафедры общего образования и воспитания ОГАОУ ДПО «ИПКПР»

**Эксперт:**

Е.В. Матвиенко, к.филол.н., доцент, зав. кафедрой общего образования и воспитания ОГАОУ ДПО «ИПКПР»

**Рецензент:**

И.В. Хлудеева, к.п.н., учитель математики МБОУ «Гимназия № 1» г. Биробиджана

**Ответственный за выпуск:**

Е.Л. Корниенко, зав. редакционно-издательским отделом ОГАОУ ДПО «ИПКПР»

**Компьютерная верстка:**

Т.Н. Серга, технический редактор ОГАОУ ДПО «ИПКПР»

Цель реализации программы – сформировать у слушателей профессиональные компетенции, обеспечивающие выполнение нового вида профессиональной деятельности в области математического образования по профилю подготовки «Математика и методика ее преподавания».

Учебный план рассчитан на 260 часов (аудиторных – 53 часа, самостоятельная работа – 174 часа, дистанционные занятия – 33 часа). Программа включает следующие разделы: общая характеристика программы, содержание программы, формы аттестации и оценочные материалы, организационно-педагогические условия реализации программы.

© 2017

## **Содержание**

|   |    |
|---|----|
| Раздел 1. Характеристика программы.....   | 4  |
| Раздел 2. Содержание программы: учебный (тематический) план, учебная программа..... | 8  |
| Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы.....                               | 21 |
| Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы.....           | 22 |
| Приложение.....   | 25 |

**Вставить новое приложение!!!!**

## **Раздел 1. Характеристика программы**

### **1.1 Общая характеристика приобретаемой новой квалификации**

|                                   |                               |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| Вид профессиональной деятельности | Группа занятий                |
| Основное общее образование        | Преподаватели в средней школе |
| Среднее общее образование         | Преподаватели в средней школе |

| Обобщенные трудовые функции   | Трудовые функции, реализуемые после обучения | Код    | Уровень квалификации |
|---|--|--------|----------------------|
| КОД В<br>Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ | Модуль «Предметное обучение. Математика»     | В/04.6 | 6                    |

**1.2 Цель реализации программы** – сформировать у слушателей профессиональные компетенции, обеспечивающие выполнение нового вида профессиональной деятельности в области математического образования по профилю подготовки «Математика и методика ее преподавания».

### **1.3 Планируемые результаты**

| № | Компетенция   | Направление подготовки<br>Педагогическое образование |              |
|---|---|--|--------------|
|   |   | Код компетенции                                      |              |
|   |   | 44.03.01   | 44.04.01     |
|   |   | Бакалавриат  | Магистратура |
|   |   | 4 года   |              |
| 1 | Осознает социальную значимость своей будущей профессии, обладает мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности   | ОПК-1  |              |
| 2 | Готов использовать знание современных проблем науки и образования при решении профессиональных задач                        |  | ОПК-2        |
| 3 | Готов к профессиональной деятельности в соответствии с нормативно-правовыми актами сферы образования                        |  |              |
| 4 | Готов реализовывать образовательные программы по учебному предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов | ПК-1   |              |
| 5 | Способен использовать естественнонаучные и математические знания для ориен-   | ОК-3   |              |

|   |  |  |
|---|--|--|
| тирования в современном информационном пространстве |  |  |
|---|--|--|

| Код трудовых функций  | Трудовые действия/Необходимые умения и знания  |
|---|--|
| А/01.6  | Разрабатывать и реализовывать программы учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы  |
|   | Осуществлять профессиональную деятельность в соответствии с требованиями федеральных государственных образовательных стандартов основного общего, среднего общего образования  |
|   | Планировать и проводить учебные занятия, владея формами и методами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий: проектная деятельность, лабораторные эксперименты и т.п.   |
|   | Систематически анализировать эффективность учебных занятий и подходов к обучению   |
|   | Организовывать, осуществлять контроль и оценку учебных достижений, текущих и итоговых результатов освоения основной образовательной программы обучающимися   |
|   | Создавать условия для формирования и развития универсальных учебных действий   |
|   | Участвовать в разработке и реализации программы развития образовательной организации в целях создания безопасной и комфортной образовательной среды  |
|   | Формировать мотивацию учащихся к обучению  |
|   | Объективно оценивать знания обучающихся на основе тестирования и других методов контроля в соответствии с реальными учебными возможностями детей   |
|   | Владеть ИКТ-компетентностями:<br>общепользовательская ИКТ-компетентность;<br>общепедагогическая ИКТ-компетентность;<br>предметно-педагогическая ИКТ-компетентность (отражающая профессиональную ИКТ-компетентность соответствующей области человеческой деятельности)  |
|   | Использовать и апробировать специальные подходы к обучению в целях включения в образовательный процесс всех обучающихся, в том числе с особыми потребностями в образовании: обучающихся, проявивших выдающиеся способности; обучающихся, для которых русский язык не является родным; обучающихся с ограниченными возможностями здоровья |
|   | Знать преподаваемый предмет в пределах требований федеральных государственных образовательных стандартов и основной общеобразовательной программы, его истории и места в мировой культуре и науке  |
|   | Знать основные закономерности возрастного развития, стадии и кризисы развития, социализацию личности, индикаторы индивидуальных особенностей траекторий жизни, их возможные девиации, а также основы их психодиагностики   |
|   | Знать основы методики преподавания, основные принципы деятельностного подхода, виды и приемы современных педагогических технологий   |
| Приоритетные направления развития образовательной системы Российской Федерации, законов и иных нормативных правовых актов, регламентирующих образовательную деятельность в Российской Федерации, нормативных документов по вопросам обучения и воспитания детей и молодежи, федеральных государственных образо- |  |

|        |   |
|--------|---|
|        | вательных стандартов основного общего, среднего общего образования, законодательства о правах ребенка, трудового законодательства   |
| А/02.6 | Осуществлять постановку воспитательных целей, способствующих развитию обучающихся, независимо от их способностей и характера  |
|        | Развивать у обучающихся познавательную активность, самостоятельность, инициативу, творческие способности, формировать гражданскую позицию, способность к труду и жизни в условиях современного мира, формировать у обучающихся культуру здорового и безопасного образа жизни  |
|        | Оказывать адресную помощь обучающимся   |
|        | Регулировать поведение обучающихся для обеспечения безопасной образовательной среды   |
|        | Реализовывать воспитательные возможности учебной деятельности ребенка   |
|        | Проектировать ситуации и события, развивающие эмоционально-ценностную сферу ребенка (культуру переживаний и ценностные ориентации ребенка)  |
| В/03.6 | Определять на основе анализа учебной деятельности обучающегося оптимальные (в том или ином предметном образовательном контексте) способы его обучения и развития  |
|        | Определять совместно с обучающимся, его родителями (законными представителями), другими участниками образовательного процесса (педагог-психолог, учитель-дефектолог, методист и т.д.) зоны его ближайшего развития, разрабатывать и реализовывать (при необходимости) индивидуальный образовательный маршрут и индивидуальную программу развития обучающегося |
|        | Развивать инициативу обучающихся по использованию математики  |
|        | Способствовать формированию общекультурных компетенций и пониманию места математики в общей картине мира  |
|        | Организовывать олимпиады, конференции, турниры, математические игры в школе и др.   |
|        | Организовывать самостоятельную деятельность обучающихся, в том числе исследовательскую  |
|        | Разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения математики с практикой, обсуждать с обучающимися актуальные события современности  |
|        | Использовать современные способы оценивания в условиях информационно-коммуникационных технологий (ведение электронных форм документации, в том числе электронного журнала и дневников обучающихся)  |
|        | Владеть основами работы с текстовыми редакторами, электронными таблицами, электронной почтой и браузерами, мультимедийным оборудованием   |
|        | Владеть методами убеждения, аргументации своей позиции  |
| В/04.6 | Формировать способности к логическому рассуждению и коммуникации, установки на использование этой способности, на ее ценность   |
|        | Формировать способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств  |
|        | Формировать конкретные знания, умения и навыки в области математики   |
|        | Формировать внутреннюю (мысленную) модель математической ситуации (включая  |

|   |
|---|
| пространственный образ)   |
| Формировать у обучающихся умения проверять математическое доказательство, приводить контрпример   |
| Формировать у обучающихся умения выделять подзадачи в задаче, перебирать возможные варианты объектов и действий   |
| Формировать у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например, вычисления)                                   |
| Формировать материальную и информационную образовательную среду, содействующую развитию математических способностей каждого ребенка и реализующую принципы современной педагогики   |
| Формировать у обучающихся умения применять средства информационно-коммуникационных технологий в решении задачи там, где это эффективно  |
| Формировать способности преодолевать интеллектуальные трудности, решать принципиально новые задачи, проявлять уважение к интеллектуальному труду и его результатам  |
| Организовывать сотрудничество с другими учителями математики, информатики, физики, экономики и др.  |
| Развивать инициативы обучающихся по использованию математики  |
| Профессионально использовать элементы информационной образовательной среды с учетом возможностей применения новых элементов такой среды, отсутствующих в конкретной образовательной организации   |
| Использовать в работе с детьми информационные ресурсы, в том числе ресурсы дистанционного обучения, помощь детям в освоении и самостоятельном использовании этих ресурсов   |
| Содействовать в подготовке обучающихся к участию в математических олимпиадах, конкурсах, исследовательских проектах, интеллектуальных марафонах и ученических конференциях  |
| Формировать и поддерживать высокую мотивацию и развитие способности обучающихся к занятиям математикой, предоставлять им подходящие задания, вести кружки, факультативные и элективные курсы для желающих и эффективно работающих в них обучающихся |
| Предоставлять информацию о дополнительном образовании, возможности углубленного изучения математики в других образовательных и иных организациях, в том числе с применением дистанционных образовательных технологий                                |
| Консультировать обучающихся по выбору профессий и специальностей, где особо необходимы знания математики  |
| Содействовать формированию у обучающихся позитивных эмоций от математической деятельности, в том числе от нахождения ошибки в своих построениях как источника улучшения и нового понимания  |
| Выявлять совместно с обучающимися недостоверные и маловероятные данные  |
| Формировать позитивное отношение со стороны всех обучающихся к интеллектуальным достижениям одноклассников независимо от абсолютного уровня этого достижения  |
| Формировать представления обучающихся о полезности знаний математики вне зависимости от избранной профессии или специальности   |

Вести диалог с обучающимся или группой обучающихся в процессе решения задачи, выявлять сомнительные места, подтверждать правильность решения

**1.4 Категория обучающихся:** лица, имеющие высшее и/или среднее специальное профессиональное образование без учета опыта профессиональной деятельности в области образования.

**1.5 Форма обучения:** заочная с применением дистанционных технологий.

**1.6 Срок освоения программы:** 260 часов.

**1.7 Форма итогового контроля:** Итоговая аттестационная работа (ИАР).

## **Раздел 2. Содержание программы: учебный (тематический) план, учебная программа**

### **2.1 Учебный (тематический) план**

| № п/п        | Наименование разделов   | Всего часов | В том числе       |                   |            |                  | Форма контроля |
|--------------|---|-------------|-------------------|-------------------|------------|------------------|----------------|
|              |   |             | Аудиторная работа |                   | СР         | Дистанц. занятия |                |
|              |   |             | Консультация      | Практика/семинары |            |                  |                |
| <b>А</b>     | <b>Предметно-содержательная деятельность</b>                  | <b>196</b>  | <b>16</b>         | <b>16</b>         | <b>133</b> | <b>31</b>        |                |
| <b>А.1</b>   | <b>Алгебра</b>  | <b>42</b>   | <b>3</b>          | <b>4</b>          | <b>28</b>  | <b>7</b>         | <b>экзамен</b> |
| А.1.2        | Элементы теории множеств                                      | 3           | 1                 |                   | 2          |                  |                |
| А.1.3        | Математическая индукция                                       | 4           | 1                 |                   | 2          | 1                |                |
| А.1.4        | Арифметика целых чисел  | 3           |                   |                   | 2          | 1                | КР 1           |
| А.1.5        | Элементарные функции, их графики и свойства                   | 2           |                   |                   | 2          |                  |                |
| А.1.6        | Сжатие и растяжение графиков. Движение графиков               | 2           |                   |                   | 2          |                  | тест           |
| А.1.7        | Метод интервалов  | 3           |                   |                   | 2          | 1                |                |
| А.1.8        | Метод рационализации  | 3           |                   |                   | 2          | 1                |                |
| А.1.9        | Решение уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств | 4           |                   | 2                 | 2          |                  | КР 2           |
| А.1.10       | Многочлены от одной переменной                                | 3           |                   |                   | 2          | 1                |                |
| А.1.11       | Делимость многочленов   | 2           |                   |                   | 2          |                  |                |
| А.1.12       | Многочлены от нескольких переменных                           | 3           |                   |                   | 2          | 1                |                |
| А.1.13       | Алгебраические уравнения 2, 3 и 4 степеней.                   | 2           |                   |                   | 2          |                  | КР 3           |
| А.1.14       | Текстовые задачи  | 2           |                   |                   | 2          |                  |                |
| А.1.15       | Практикум решения алгебраических задач                        | 4           | 1                 |                   | 2          | 1                | КР 4           |
| А.1.16       | <b>Экзамен</b>  | <b>2</b>    |                   | <b>2</b>          |            |                  |                |
| <b>А.2</b>   | <b>Модуль 2. Геометрия</b>                                    | <b>46</b>   | <b>4</b>          | <b>8</b>          | <b>32</b>  |                  | <b>экзамен</b> |
| <b>А.2.1</b> | <b>Планиметрия</b>  | <b>22</b>   | <b>4</b>          | <b>4</b>          | <b>14</b>  |                  | <b>зачет</b>   |
| А.2.1.1      | Замечательные точки в треугольнике                            | 5           | 1                 | 1                 | 3          |                  |                |
| А.2.1.2      | Вычисления в геометрии  | 5           | 1                 | 1                 | 3          |                  |                |
| А.2.1.3      | Четырехугольники  | 6           | 1                 | 1                 | 4          |                  |                |
| А.2.1.4      | Окружности  | 6           | 1                 | 1                 | 4          |                  | КР 5           |

|              |   |           |          |           |           |          |                |
|--------------|---|-----------|----------|-----------|-----------|----------|----------------|
| <b>A.2.2</b> | <b>Стереометрия</b>   | <b>22</b> |          | <b>2</b>  | <b>18</b> | <b>2</b> | <b>зачет</b>   |
| A.2.2.1      | Многогранники   | 6         |          |           | 6         |          |                |
| A.2.2.2      | Тела вращения   | 6         |          |           | 6         |          |                |
| A.2.2.3      | Комбинация тел  | 8         |          |           | 6         | 2        | КР 6           |
| A.2.2.4      | <b>Экзамен</b>  | <b>2</b>  |          | <b>2</b>  |           |          |                |
| <b>A.3</b>   | <b>Модуль 3. Тригонометрия</b>  | <b>4</b>  |          |           | <b>4</b>  |          | <b>зачет</b>   |
| A.3.1        | Преобразование тригонометрических выражений                                     | 2         |          |           | 2         |          |                |
| A.3.2        | Решение тригонометрических уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств | 2         |          |           | 2         |          | КР 7           |
| <b>A.4</b>   | <b>Модуль 4. Математический анализ</b>  | <b>8</b>  |          |           | <b>5</b>  | <b>3</b> | <b>зачет</b>   |
| A.4.1        | Теория пределов и непрерывность   | 2         |          |           | 1         | 1        |                |
| A.4.2        | Дифференциальное исчисление   | 3         |          |           | 2         | 1        |                |
| A.4.3        | Интегральное исчисление   | 3         |          |           | 2         | 1        | КР 8           |
| <b>A.5</b>   | <b>Модуль 5. ТВиМС</b>  | <b>20</b> |          | <b>2</b>  | <b>14</b> | <b>4</b> | <b>зачет</b>   |
| A.5.1        | Математическое описание случайных явлений                                       | 3         |          |           | 2         | 1        |                |
| A.5.2        | Дискретные и непрерывные случайные величины                                     | 3         |          |           | 2         | 1        |                |
| A.5.3        | Теория вероятностей в задачах   | 3         |          | 1         | 2         |          | КР 9           |
| A.5.4        | Описательная статистика   | 3         |          |           | 2         | 1        |                |
| A.5.5        | Закон больших чисел. Совместные распределения                                   | 3         |          |           | 2         | 1        |                |
| A.5.6        | Математическая статистика в учебных исследованиях                               | 5         |          | 1         | 4         |          | реферат        |
| <b>A.6</b>   | <b>Модуль 6. Дискретная математика</b>  | <b>12</b> |          |           | <b>6</b>  | <b>6</b> | <b>зачет</b>   |
| A.6.1        | Комбинаторика   | 4         |          |           | 2         | 2        |                |
| A.6.2        | Теория графов   | 4         |          |           | 2         | 2        |                |
| A.6.3        | Математическая логика   | 4         |          |           | 2         | 2        | КР 10          |
| <b>A.7</b>   | <b>Модуль 7. Экономические задачи</b>   | <b>24</b> | <b>3</b> |           | <b>18</b> | <b>3</b> | <b>зачет</b>   |
| A.7.1        | Финансовые задачи на вклады и кредиты   | 8         | 1        |           | 6         | 1        |                |
| A.7.2        | Задачи на оптимизацию   | 8         | 1        |           | 6         | 1        |                |
| A.7.3        | Разные задачи   | 8         | 1        |           | 6         | 1        | КР 11          |
| <b>A.8</b>   | <b>Модуль 8. Уравнения и неравенства с параметрами</b>                          | <b>20</b> | <b>4</b> |           | <b>12</b> | <b>4</b> | <b>зачет</b>   |
| A.8.1        | Уравнения с параметрами   | 10        | 2        |           | 6         | 2        |                |
| A.8.2        | Неравенства с параметрами   | 10        | 2        |           | 6         | 2        | КР 12          |
| <b>A.9</b>   | <b>Модуль 9. Численные методы</b>   | <b>20</b> | <b>2</b> | <b>2</b>  | <b>14</b> | <b>2</b> | <b>зачет</b>   |
| A.9.1        | Численные методы решения скалярных уравнений                                    | 10        | 1        | 1         | 7         | 1        |                |
| A.9.2        | Численные методы оптимизации  | 10        | 1        | 1         | 7         | 1        | КР 13          |
| <b>В</b>     | <b>Предметно-методическая</b>   | <b>36</b> | <b>3</b> | <b>12</b> | <b>21</b> |          | <b>экзамен</b> |

|                   |  |             |              |                   |            |                 |  |
|-------------------|--|-------------|--------------|-------------------|------------|-----------------|--|
|                   | <b>деятельность</b>  |             |              |                   |            |                 |  |
| <b>В.1</b>        | <b>Модуль 1. Требования к современному уроку</b>   | <b>16</b>   |              | <b>5</b>          | <b>11</b>  |                 | <b>зачет</b>                                 |
| В.1.1             | Планирование предметных и метапредметных результатов обучения  | 2           |              |                   | 2          |                 |  |
| В.1.2             | Взаимосвязь метапредметных результатов и УУД. Алгоритмы формирования и развития УУД                                | 2           |              |                   | 2          |                 |  |
| В.1.3             | Методика и инструментарий мониторинга успешности освоения и применения обучающимися универсальных учебных действий | 2           |              |                   | 2          |                 | Разработка диагностической КР                |
| В.1.4             | Требования к содержанию и структуре рабочей программы в соответствии с требованиями ФГОС                           | 3           |              | 1                 | 2          |                 | Разработка РП                                |
| В.1.5             | Планы и технологические карты уроков   | 3           |              | 1                 | 2          |                 | Разработка ТК урока                          |
| В.1.6             | Требования к современному уроку  | 1           |              | 1                 |            |                 |  |
| В.1.7             | Анализ и самоанализ урока  | 3           |              | 2                 | 1          |                 | Анализ урока                                 |
| <b>В.2</b>        | <b>Модуль 2. Методика обучения математике</b>  | <b>12</b>   | <b>3</b>     | <b>3</b>          | <b>6</b>   |                 | <b>зачет</b>                                 |
| В.2.1             | Методика изучения отдельных тем школьного курса математики   | 4           | 1            | 1                 | 2          |                 |  |
| В.2.2             | Методика построения графиков функции, сечений  | 4           | 1            | 1                 | 2          |                 |  |
| В.2.3             | Методика подготовки к сдаче экзаменов  | 4           | 1            | 1                 | 2          |                 | Разработка ТК урока                          |
| <b>В.3</b>        | <b>Модуль 3. Учебно-исследовательская и проектная деятельность в предметной области «Математика»</b>               | <b>8</b>    |              | <b>4</b>          | <b>4</b>   |                 | <b>зачет</b>                                 |
| В.3.1             | Основы учебно-исследовательской и проектной деятельности   | 4           |              | 2                 | 2          |                 | тест   |
| В.3.2             | Организация учебно-исследовательской и проектной деятельности  | 4           |              | 2                 | 2          |                 | Разработка учебного исследования или проекта |
| В.3.3             | <b>Экзамен</b>   | <b>2</b>    |              | <b>2</b>          |            |                 |  |
| <b>Защита ИАР</b> |  | <b>26</b>   | <b>2</b>     | <b>2</b>          | <b>20</b>  | <b>2</b>        |  |
| <b>ИТОГО</b>      |  | <b>260</b>  | <b>21</b>    | <b>32</b>         | <b>174</b> | <b>33</b>       |  |
|                   |  | Всего часов | Консультации | Практика/семинары | СР         | Дистан. занятия |  |

## 2.2. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Обозначения: СР – самостоятельная работа, ДЗ – дистанционное занятие, К – консультация, П/С – практическое (семинарское) занятие, Э – экзамен, З – зачет, КР – контрольная работа, РП – рабочая программа, ТК – технологическая карта.

| № п/п      | Тема  | Вид учебного занятия/ учебной работы | Количество часов | Содержание  |
|------------|---|--------------------------------------|------------------|---|
| <b>А</b>   | <b>Предметно-содержательная деятельность</b>    |                                      |                  |   |
| <b>А.1</b> | <b>Модуль 1. Алгебра</b>                        | Э                                    | 2                |   |
| А.1.2      | Элементы теории множеств                        | К                                    | 1                | Множества: объединение, пересечение, разность, дополнение, декартово произведение. Отображения: инъективность, сюръективность, биективность, график. Композиция отображений и обратное отображение. Отношения эквивалентности, классы эквивалентности, факторизация |
|            |   | СР                                   | 2                | Понятие о мощности множества. Счетные множества. Счетность множества целых, рациональных и алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел. Континуум. Равномощность любых двух отрезков, двух интервалов, интервала и прямой, интервала и отрезка |
| А.1.3      | Математическая индукция                         | СР                                   | 2                | Принцип математической индукции: формулировка и примеры использования   |
|            |   | ДЗ                                   | 1                | Теорема о среднем арифметическом и среднем геометрическом   |
|            |   | К                                    | 1                | Применение метода математической индукции для решения различных задач   |
| А.1.4      | Арифметика целых чисел                          | СР                                   | 2                | Делимость, простые числа. Основная теорема арифметики. Вычеты. Малая теорема Ферма. Алгоритм Евклида, линейные диофантовы уравнения и цепные дроби. Свойства арифметических операций  |
|            |   | ДЗ                                   | 1                | Пифагоровы тройки и однородные диофантовы уравнения второго порядка. Алгебро-геометрический метод их решения  |
| А.1.5      | Элементарные функции, их графики и свойства     | СР                                   | 2                | Свойства элементарных функций и их отражение на графике   |
| А.1.6      | Сжатие и растяжение графиков. Движение графиков | СР                                   | 2                | Решение задач на сжатие, растяжение и движение графиков   |
| А.1.7      | Метод интервалов                                | ДЗ                                   | 1                | Теоретические основы метода интервалов,   |

|        |  |     |   |   |
|--------|--|-----|---|---|
|        |  |     |   | его алгоритма   |
|        |  | СР  | 2 | Конкретные примеры решения неравенств   |
| A.1.8  | Метод рационализации                               | ДЗ  | 1 | Теоретические основы метода рационализации, его алгоритма   |
|        |  | СР  | 2 | Конкретные примеры решения неравенств   |
| A.1.9  | Решение уравнений, неравенств и систем             | П/С | 2 | Решение иррациональных, показательных, логарифмических уравнений, неравенств и систем. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модуль  |
|        |  | СР  | 2 | Решение рациональных, дробно-рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств. Решение уравнений, неравенств и систем, содержащих модуль   |
| A.1.10 | Многочлены от одной переменной                     | СР  | 2 | Алгебра многочленов от одной переменной. Многочлены одной переменной с коэффициентами в поле $K$ , арифметика многочленов. Свойства корней многочлена. Определение кратности корня многочлена двумя способами.<br>Формулы Виета.<br>Многочлены с действительными и с рациональными коэффициентами. Многочлены с рациональными коэффициентами. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами  |
|        |  | ДЗ  | 1 | Формула Тейлора для многочленов, разложение многочлена по степеням $x - a$ . Правило знаков Декарта для числа действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Редукция по простому модулю. Редукционные признаки неприводимости. Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона   |
| A.1.11 | Делимость многочленов. Теорема Безу и ее следствия | СР  | 2 | Делимость в алгебре многочленов. Алгоритм Евклида. Понятие делимости в алгебре многочленов, его свойства. Наибольший общий делитель, алгоритм Евклида. Нахождение НОД, представление НОД в виде линейной комбинации многочленов. Свойства взаимно простых многочленов. Деление с остатком. Многочлены как функции. Теорема Безу. Схема Горнера. Арифметика рациональных дробей. Несократимая дробь. Правильная дробь. Разложение рациональной дроби в сумму многочлена и правильной дроби. Простейшие дроби. Разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей |

|              |   |     |   |   |
|--------------|---|-----|---|---|
| А.1.12       | Многочлены от нескольких переменных.<br>Симметрические многочлены | СР  | 2 | Многочлены от нескольких переменных: моном, степень монома, однородный многочлен, однородные компоненты, степень многочлена. Арифметика многочленов от нескольких переменных. Лексикографическое упорядочение, его свойства. Определение старшего члена многочлена  |
|              |   | ДЗ  | 1 | Симметрические многочлены, примеры: степенные суммы, элементарные симметрические многочлены. Представление симметрических многочленов как многочленов от элементарных симметрических. Вычисление симметрических функций от корней многочлена  |
| А.1.13       | Алгебраические уравнения 2, 3 и 4 степеней.                       | СР  | 2 | Алгебраические уравнения 2-й, 3-й и 4-й степеней. Вычисление дискриминанта многочлена третьей степени. Решение алгебраических уравнений третьей степени с помощью формул Кардано. Решение алгебраических уравнений четвертой степени с помощью метода Феррари   |
| А.1.14       | Текстовые задачи  | СР  | 2 | Решение текстовых задач на проценты, движение, работу, смеси и сплавы   |
| А.1.15       | Практикум решения алгебраических задач                            | К   | 1 | Задачи на числовые зависимости. Прогрессии и ряды. Задачи на концентрацию смесей и сплавов. Текстовые задачи с неравенствами. Задачи на исследование решений  |
|              |   | СР  | 2 | Задачи на работу. Задачи на движение  |
|              |   | ДЗ  | 1 | Задачи на проценты. Текстовые задачи с числом неизвестных, больших числа уравнений. Олимпиадные текстовые задачи  |
| <b>А.2</b>   | <b>Модуль 2. Геометрия</b>  | Э   | 2 |   |
| <b>А.2.1</b> | <b>Планиметрия</b>  | 3   |   |   |
| А.2.1.1      | Замечательные точки в треугольнике                                | К   | 1 | Теорема Чевы. Теорема Менелая. Барицентрическая геометрия: центр тяжести и периметра треугольника, основы метода масс в геометрии   |
|              |   | П/С | 1 | Простейшие задачи на построение: построение треугольника по трем его элементам. Построения одной линейкой, использующие теорему о трех высотах. Применение теорем Чевы и Менелая. Барицентрические координаты в геометрии (метод масс). Площадь треугольника чевиан. Барицентрические координаты замечательных точек в треугольнике |
|              |   | СР  | 3 | Задачи, использующие теорему о трех высотах, медианах и биссектрисах, пересе-   |

|              |                        |          |   |   |
|--------------|------------------------|----------|---|---|
|              |                        |          |   | кающихся в одной точке  |
| А.2.1.<br>2  | Вычисления в геометрии | К        | 1 | Теорема синусов, теорема косинусов. Теорема Птолемея, теорема Стюарта   |
|              |                        | П/С      | 1 | Применение теорем синусов, косинусов, Птолемея и Стюарта  |
|              |                        | СР       | 3 | Задачи, использующие теоремы синусов, косинусов, Птолемея и Стюарта   |
| А.2.1.<br>3  | Четырехугольники       | К        | 1 | Геометрия вписанных четырехугольников. Изопериметрическая задача для четырехугольников, шарнирный четырехугольник   |
|              |                        | П/С      | 1 | Теорема косинусов для четырехугольников и некоторые ее применения. Вписанные четырехугольники. Площадь вписанного четырехугольника. Четырехугольник, стороны которого касаются шара. Применение свойств трапеции в задачах построения одной линейкой  |
|              |                        | СР       | 4 | Цикл задач на вписанные четырехугольники  |
| А.2.1.<br>4  | Окружности             | К        | 1 | Окружности на плоскости и шары в пространстве. Окружности и шары как геометрические места точек. Окружность (шар) Аполлония. Вписанные и невписанные шары и окружности. Теорема Симпсона, окружность Эйлера. Конформное свойство инверсии. Применение инверсии для «распутывания» конечных конфигураций окружностей на плоскости и шаров в пространстве |
|              |                        | П/С      | 1 | Окружности на плоскости и шары в пространстве. Окружность Аполлония, радикальная ось окружностей. Задача Аполлония. Вписанные углы. Подобие шаров и окружностей. Задачи на нахождение инверсных образов   |
|              |                        | СР       | 4 | Цикл задач на тему «Окружности»   |
| <b>А.2.2</b> | <b>Стереометрия</b>    | <b>3</b> |   |   |
| А.2.2.<br>1  | Многогранники          | СР       | 6 | Многогранники, призматоиды. Подходы к определению многогранника. Реализация межпредметных связей при изучении темы «Многогранники»<br>Объем и площадь поверхности многогранника. Характеристики правильных многогранников   |
| А.2.2.<br>2  | Тела вращения          | СР       | 6 | Поверхность вращения. Тело вращения. Шар. Диаметральное сечение шара. Цилиндр. Конус<br>Площадь поверхности, объем тела вращения  |

|             |   |    |   |  |
|-------------|---|----|---|--|
|             |   |    |   | (вывод формул)   |
| А.2.2.<br>3 | Комбинация тел  | ДЗ | 2 | Методы решения задач на комбинации геометрических тел.   |
|             |   | СР | 6 | Решение нестандартных задач  |
| <b>А.3</b>  | <b>Модуль 3.<br/>Тригонометрия</b>  | 3  |   |  |
| А.3.1       | Преобразование тригонометрических выражений                                     | СР | 2 | Формулы тригонометрии и их использование для преобразования и упрощения тригонометрических выражений   |
| А.3.2       | Решение тригонометрических уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств | СР | 2 | Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств. Решение нестандартных тригонометрических уравнений неравенств и систем. Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами   |
| <b>А.4</b>  | <b>Модуль 4.<br/>Математический анализ</b>                                      | 3  |   |  |
| А.4.1       | Теория пределов и непрерывность   | СР | 1 | Числовые последовательности. Понятие предельного перехода. Предел последовательности. Основные определения и свойства пределов последовательностей. Предел функции по Гейне, на языке $\varepsilon$ -окрестности, на основе геометрической интерпретации. Определение непрерывности функции в точке и на промежутке. Классификация точек разрыва |
|             |   | ДЗ | 1 | Техника вычисления пределов. Исследование функции на непрерывность с использованием определений непрерывности функции в точке и на промежутке  |
| А.4.2       | Дифференциальное исчисление   | СР | 2 | Понятие производной. Дифференцируемая функция. Правила нахождения производной функции, производная сложной функции, параметрическая и логарифмическая производная  |
|             |   | ДЗ | 1 | Исследование функции с помощью первой и второй производных   |
| А.4.3       | Интегральное исчисление   | СР | 2 | Неопределенный интеграл. Техника интегрирования. Определенный интеграл. Геометрический и физический смысл определенного интеграла  |
|             |   | ДЗ | 1 | Несобственные интегралы первого и второго рода   |
| <b>А.5</b>  | <b>Модуль 5. Теория вероятностей и математическая статистика</b>                | 3  |   |  |

|            |   |          |   |  |
|------------|---|----------|---|--|
| А.5.1      | Математическое описание случайных явлений         | СР       | 2 | Случайный эксперимент и случайное событие, вероятность случайного события, алгебра случайных событий, формулы сложения, независимые события, условная вероятность, случайный выбор, геометрическая вероятность |
|            |   | ДЗ       | 1 | Классические вероятностные схемы, испытания Бернулли   |
| А.5.2      | Дискретные и непрерывные случайные величины       | СР       | 2 | Распределения: распределение Бернулли; геометрическое и биномиальное распределения; показательное и нормальное распределение; распределение Пуассона   |
|            |   | ДЗ       | 1 | Функция вероятности. Математическое ожидание, дисперсия. Теорема Муавра-Лапласа и центральная предельная теорема   |
| А.5.3      | Теория вероятностей в задачах                     | П/С      | 1 | Решение задач по теории вероятностей   |
|            |   | СР       | 2 | Решение задач по теории вероятностей   |
| А.5.4      | Описательная статистика                           | СР       | 2 | Меры центральной тенденции и их использование в статистике, меры рассеивания, дисперсия числовых наборов   |
|            |   | ДЗ       | 1 | Случайная изменчивость   |
| А.5.5      | Закон больших чисел. Совместные распределения     | СР       | 2 | Закон больших чисел и его применение в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях   |
|            |   | ДЗ       | 1 | Совместные распределения и их применение в задачах   |
| А.5.6      | Математическая статистика в учебных исследованиях | П/С      | 1 | Организация учебного исследования с использованием аппарата математической статистики  |
|            |   | СР       | 4 | Реферат-исследование по теме «Применение математической статистики в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях»                                    |
| <b>А.6</b> | <b>Модуль 6. Дискретная математика</b>            | <b>3</b> |   |  |
| А.6.1      | Комбинаторика                                     | СР       | 2 | Элементы комбинаторики. Выборки с повторениями и размещения, перестановки и перестановки с повторениями, сочетания и сочетания с повторениями. Бином Ньютона для положительных целых степеней.                 |
|            |   | ДЗ       | 2 | Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля   |
| А.6.2      | Теория графов                                     | СР       | 2 | Основные понятия   |
|            |   | ДЗ       | 2 | Алгоритмы оптимизации на графах  |

|            |  |    |   |   |
|------------|--|----|---|---|
| А.6.3      | Математическая логика                                  | СР | 2 | Логика высказываний, булевы функции   |
|            |  | ДЗ | 2 | Логика предикатов   |
| <b>А.7</b> | <b>Модуль 7. Экономические задачи</b>                  | 3  |   |   |
| А.7.1      | Финансовые задачи на вклады и кредиты                  | К  | 1 | Основные понятия. Вывод основных формул   |
|            |  | СР | 6 | Цикл задач на кредиты и вклады  |
|            |  | ДЗ | 1 | Нестандартные задачи на кредиты и вклады  |
| А.7.2      | Задачи на оптимизацию                                  | К  | 1 | Основные понятия. Вывод основных формул. Задачи на использование производной  |
|            |  | ДЗ | 6 | Нестандартные задачи на оптимизацию   |
|            |  | СР | 1 | Цикл задач на оптимизацию   |
| А.7.3      | Разные задачи  | К  | 1 | Обзор методов решения различных задач экономической направленности  |
|            |  | ДЗ | 6 | Задачи экономической направленности повышенной сложности  |
|            |  | СР | 1 | Решение задач, охватывающих тематику всего модуля   |
| <b>А.8</b> | <b>Модуль 8. Уравнения и неравенства с параметрами</b> | 3  |   |   |
| А.8.1      | Уравнения с параметрами                                | К  | 2 | Уравнения, содержащие параметр: линейные и приводимые к линейным; квадратные и приводимые к квадратным; иррациональные; показательные и логарифмические, тригонометрические |
|            |  | СР | 6 | Графическое решение некоторых уравнений   |
|            |  | ДЗ | 2 | Решение уравнений при некоторых начальных условиях  |
| А.8.2      | Неравенства с параметрами                              | К  | 2 | Неравенства, содержащие параметр: линейные; квадратные; иррациональные; показательные и логарифмические, тригонометрические   |
|            |  | СР | 6 | Графическое решение некоторых неравенств  |
|            |  | ДЗ | 2 | Решение неравенств при некоторых начальных условиях. Применение производной при решении некоторых задач с параметрами   |
| <b>А.9</b> | <b>Модуль 9. Численные методы</b>                      | 3  |   |   |
| А.9.1      | Численные методы решения скалярных уравнений           | К  | 1 | Методы численного решения скалярных уравнений: метод дихотомии, метод Ньютона, метод секущих, метод хорд, комбиниро-  |

|            |  |     |   |  |
|------------|--|-----|---|--|
|            |  |     |   | ванный метод, метод итераций   |
|            |  | П/С | 1 | Численное решение уравнений в среде Excel  |
|            |  | СР  | 7 | Численное решение уравнений в среде Excel  |
|            |  | ДЗ  | 1 | Методы численного решения систем линейных уравнений  |
| A.9.2      | Численные методы оптимизации   | К   | 1 | Основные определения и обозначения. Численные методы безусловной оптимизации. Численные методы решения задач линейного программирования  |
|            |  | П/С | 1 | Численное решение уравнений в среде Excel  |
|            |  | СР  | 7 | Численные методы условной оптимизации  |
|            |  | ДЗ  | 1 | Задачи оптимального управления   |
| <b>В</b>   | <b>Предметно-методическая деятельность</b>   |     |   |  |
| <b>В.1</b> | <b>Модуль 1. Требования к современному уроку</b>   | 3   |   |  |
| V.1.1      | Планирование предметных и метапредметных результатов обучения  | СР  | 2 | Концептуальная основа программы развития УУД для ООО. Содержание и условия развития УУД  |
| V.1.2      | Взаимосвязь метапредметных результатов и УУД. Алгоритмы формирования и развития УУД                                | СР  | 2 | Примеры алгоритмов формирования и типовых заданий по развитию коммуникативных, познавательных и регулятивных УУД. Составление заданий, направленных на формирование и развитие ключевых в предметной области «Математика» УУД, на основе представленных алгоритмов   |
| V.1.3      | Методика и инструментарий мониторинга успешности освоения и применения обучающимися универсальных учебных действий | СР  | 2 | Современные подходы к оценке, диагностике и коррекции уровня сформированности УУД. Применение инструментария мониторинга для определения уровня сформированности ключевых для предметной области «Математика» УУД. Создание элемента программы формирования, развития УУД и диагностики их сформированности. Разработка диагностической контрольной работы   |
| V.1.4      | Требования к содержанию и структуре рабочей программы в соответствии с требованиями ФГОС                           | СР  | 2 | Цель, задачи, функции и структура рабочей программы. Особенности составления программ по учебным предметам, элективным и факультативным курсам, курсам по выбору. Технология разработки рабочей программы. Порядок разработки, утверждения и внесения изменений и (или) дополнений рабочей программы. Оформление, размещение и хранение рабочей программы. Аннотация к рабочим программам учебных предметов в процессе реализации ФГОС |
|            |  | П/С | 1 | Разработка рабочей программы по предмету   |

|            |  |     |   |   |
|------------|--|-----|---|---|
|            |  |     |   | для конкретного уровня образования  |
| В.1.5      | Планы и технологические карты уроков                       | СР  | 2 | Современная форма методической продукции, обеспечивающая качественное и эффективное преподавание учебного предмета и возможность достижения планируемых результатов освоения основных образовательных программ в соответствии с ФГОС  |
|            |  | П/С | 1 | Разработка технологической карты урока  |
| В.1.6      | Требования к современному уроку                            | П/С | 1 | Детализация технологической карты урока в соответствии с требованиями к современному уроку  |
| В.1.7      | Анализ и самоанализ урока                                  | П/С | 2 | Посещение уроков. Самоанализ урока  |
|            |  | СР  | 1 | Анализ посещаемых уроков  |
| <b>В.2</b> | <b>Модуль 2. Методика обучения математике</b>              | 3   |   |   |
| В.2.1      | Методика изучения отдельных тем школьного курса математики | К   | 1 | Методика изучения функций, уравнений и неравенств, графического способа решения уравнений и неравенств, метода координат и векторов на плоскости, фигур на плоскости  |
|            |  | П/С | 1 | Методика изучения производной, первообразной, интеграла, ТВиМС  |
|            |  | СР  | 2 | Методика изучения параллельности и перпендикулярности в пространстве, углов в пространстве, многогранников и тел вращения   |
| В.2.2      | Методика построения графиков функции, сечений              | К   | 1 | Методика построения графиков элементарных функций. Методика построения графиков функций, полученных в результате движения базового графика  |
|            |  | П/С | 1 | Методика построение графиков функций, содержащих модуль. Методика построения сечений  |
|            |  | СР  | 2 | Разработка технологической карты урока на тему «Построение графика функции, полученного путем движения базового графика»/«Построение сечения параллелепипеда»   |
| В.2.3      | Методика подготовки к сдаче экзаменов                      | К   | 1 | Методика отработка базовых навыков: действия с дробями, со степенями, конвертация единиц измерений, сравнение величин. Практические арифметические задачи с текстовым условием. Вычисления и преобразования по данным формулам. Функция и ее поведение. Производная и применение производной к исследованию функции |
|            |  | П/С | 1 | Методика подготовки к решению экзаменационных задач по темам: треугольник, па-  |

|            |  |    |   |   |
|------------|--|----|---|---|
|            |  |    |   | раллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб, трапеция, окружность и круг, вписанные и описанные окружности, геометрия на клетчатой бумаге. Простейшие задачи в координатах. Решение стереометрических задач на изменение формы сосуда, вычисление площади поверхности и объема составных тел   |
|            |  | СР | 2 | Методика подготовки к решению задач практико-ориентированного характера   |
| <b>В.3</b> | <b>Учебно-исследовательская и проектная деятельность в предметной области «Математика»</b> | 3  |   |   |
| V.3.1      | Основы учебно-исследовательской и проектной деятельности                                   | СР | 2 | Актуальность необходимости организации учебно-исследовательской и проектной деятельности. Основные понятия, цели и содержание учебно-исследовательской и проектной деятельности. Общие и отличительные черты учебно-исследовательской и проектной деятельности. Специфика организации учебно-исследовательской и проектной деятельности в предметной области «Математика». Виды учебно-исследовательской и проектной деятельности |
|            |  | ДЗ | 2 | Исследовательские задания и формы организации проектной деятельности. Учет возрастных особенностей при организации учебно-исследовательской и проектной деятельности  |
| V.3.2      | Организация учебно-исследовательской и проектной деятельности                              | СР | 2 | Сопровождение учебно-исследовательской и проектной деятельности учащихся: общие вопросы организации, организация проектно-исследовательской деятельности на уроках и во внеурочное время, с учетом возрастных и индивидуальных особенностей, планирование и оценивание результатов учебно-исследовательской и проектной деятельности  |
|            |  | ДЗ | 2 | Разработка проекта/исследования: этапы реализации, критерии непрерывного оценивания и оценки конечного результата   |

### **Раздел 3. Формы аттестации и оценочные материалы**

Итоговая аттестация выявляет уровень достижения планируемых результатов обучения – умений, необходимых для формирования профессиональных компетенций.

Оценка достижения слушателями планируемых результатов обучения осуществляется по результатам сдачи промежуточных зачетов и экзаменов, а также по результатам защиты итоговой аттестационной работы.

Примерные задания по разделам и модулям представлены в Приложении.

#### **3.1. Примерный список тем для итоговой аттестационной работы**

1. Арифметика комплексных чисел
2. Графы в школьном курсе математики
3. Диофантовы уравнения в школьном курсе математики
4. Экономико-математические модели в школьном курсе математики
5. Изучение геометрического материала в средней (старшей) школе
6. Изучение элементов современной алгебры, на примере подгрупп симметрических групп, на факультативных занятиях по математике
7. Индуктивные рассуждения в школьном курсе математики
8. Интеграл Лебега-Стилтьеса
9. Использование моделирования в обучении решению задач в (указать класс)
10. Кольцо целых чисел Гаусса
11. Комбинаторные задачи в школьном курсе математики
12. Композиции преобразований
13. Логические задачи в школьном курсе математики
14. Методика обучения элементам теории вероятностей на факультативных занятиях в общеобразовательной школе
15. Методика работы по коррекции знаний на уроках математики (указать класс)
16. Методика формирования пространственного образа геометрического объекта при помощи компьютерной анимации
17. Метризуемость топологических пространств
18. Наглядность как средство повышения познавательного интереса у учащихся на уроках математики
19. Непозиционные системы счисления в школьном курсе математики.
20. Неравенства в школьном курсе математики
21. Обобщение классических средних величин
22. Методика обучения учащихся решению задач на движение (смеси и сплавы/работу/делимость и т.д.) в условиях преемственности изучения математики
23. Операторные уравнения
24. Отношения и методика их изучения в школьном курсе математики.
25. Площадь фигуры. Методика формирования представлений о площади фигуры.
26. Подготовка учащихся средней школы к решению задач с параметрами при изучении линейной и квадратичной функций

27. Показательно-степенные уравнения и неравенства
28. Построение графика функции различными методами (самостоятельная работа учащихся)
29. Проектирование уроков решения задач при изучении темы «Окружность»
30. Прямая и обратная пропорциональная зависимости. Методика решения задач с пропорциональными величинами в школьном курсе математики
31. Развитие мышления на уроках математики
32. Связь комбинаторики с различными разделами математики
33. Символ "O" – асимптотический анализ
34. Содержание и методические особенности элективного курса «Теорема Чебы» и ее применение к доказательству теорем и решению задач
35. Текстовые задачи. Методика обучения решению задач по системе Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова
36. Текстовые задачи. Методика обучения решению задач с пропорциональными величинами
37. Текстовые задачи. Методика обучения решению задач, связанных с движением
38. Текстовые задачи. Моделирование как средство изучения текстовых задач
39. Уравнения в школьном курсе математики.
40. Устойчивость по Ляпунову
41. Формирование понятия функции в курсе математики средней школы
42. Формирование пространственных представлений
43. Формирование универсальных учебных действий в освоении программы по математике УМК...
44. Формирование устных вычислительных навыков пятиклассников при изучении темы «Десятичные дроби»
45. Функции. Пропедевтика понятия функции в начальном курсе математики
46. Целочисленные функции
47. Элементы математической логики в школьном курсе математики
48. Элементы теории вероятностей для 10-11 классов средней школы

#### **Раздел 4. Организационно-педагогические условия реализации программы**

Программа реализуется высококвалифицированными преподавателями из числа преподавателей кафедры общего образования и воспитания ОГАОУ ДПО «Институт повышения квалификации педагогических работников» и кандидатов наук образовательных учреждений.

#### **Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы**

1. Антонов В.И. Элементарная математика для первокурсников: учебное пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. – СПб.: Лань, 2013. – 112 с.
2. Высоцкий И.Р., Яценко И.В. Типичные ошибки в преподавании теории вероятностей и статистики // Математика в школе. – 2014. – № 5.

3. Высоцкий И.Р. ЕГЭ 2016. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров. – М.: Интеллект-Центр, 2016.
4. Габович, И.Г. Сколько корней имеет уравнение? / И.Г. Габович, П.И. Горнштейн // Квант. – 2009.
5. Голубев, В.И. Абсолютная величина числа в конкурсных экзаменах по математике / В.И. Голубев. – Львов, 2011. – (Квантор № 8).
6. Горнштейн, П.И. Тригонометрия помогает алгебре / П.И. Горнштейн // Квант. – 2011. – № 5.
7. Задачи заочных интернет-олимпиад по теории вероятностей и статистике / И.Р. Высоцкий и др. – М.: МЦНМО, 2011. – 136 с.
8. Иванова Е.О., Осмоловская И.М. Теория обучения в информационном обществе. – М.: Просвещение, 2011.
9. Как проектировать универсальные учебные действия: от действия к мысли / под ред. А.Г. Асмолова. — М., 2008.
10. Карелина Р.О. Элементарная математика: учеб. пособие / Р.О. Карелина. – Омск: ОИВТ, 2011. – 90 с.
11. Кытманов А.М. Математика. Адаптационный курс: учебное пособие / А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, С.Г. Мысливец. – СПб.: Лань, 2013. – 288с.
12. Нестеренко, Ю.В. Задачи вступительных экзаменов по математике / Ю.В. Нестеренко, С.Н. Олехник, М.К. Потапов. – М.: Наука, 2009.
13. О теории вероятностей и статистике в школьном курсе: метод. рекомендации / Е.А. Бунимович и др. // Математика в школе. – 2009. – №7.
14. Планирование учебного материала для IX класса с углубленным изучением математики: метод. рекомендации / М.Г. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. – М.: б. и., 2010. – 172 с.
15. Семенов А.В. ЕГЭ 2016. Математика. Оптимальный банк заданий для подготовки учащихся // А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко. – М.: Интеллект-Центр, 2016.
16. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Высоцкий И.Р. Теория вероятностей и статистика. – М., 2014.
17. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А., Симонова Г.И. Теория вероятностей. – М., МЦНМО, 2009.
18. Тюрин Ю.Н. Преподавание теории вероятностей и статистики в школе по учебному пособию Тюрин Ю.Н. и др. «Теория вероятностей и статистика» // Математика в школе. – 2009. – № 7.
19. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий: пособие для учителя / [А.Г. Асмолов и др.]; под ред. А.Г. Асмолова. — 2-е изд. — М.: Просвещение, 2011.
20. Цыпкин А.Г. Справочник по методам решения задач по математике для средней школы / А.Г. Цыпкин, А.И. Пинский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 2009.
21. Шарыгин И. Ф. Факультативный курс по математике. Решение задач: учеб. пособие для 11 класса средней школы / И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. – М.: Просвещение, 2010.
22. Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами / Г.А. Ястребинецкий. – М.: Просвещение, 2011.

23. Ященко И.В. Преподавание математики в 2009/2010 учебном году: метод. письмо / под ред. И.В. Ященко, А.В. Семенова. – М.: 2009. – (Августовский педсовет).

### **Рекомендуемые интернет-ресурсы**

#### **образовательные:**

1. Портал «Math.ru» – URL: <http://www.math.ru/>
2. Информационный портал «Олимпиады для школьников» – URL: <http://www.olimpiada.ru/>
3. Портал Федерального Интернет-экзамена в сфере профессионального образования – URL: <http://www.fepo.ru>

#### **информационно-библиотечные:**

1. Портал «Педагогическая библиотека» – URL: <http://pedagogic.ru>
2. Сайт «Учительской газеты» – URL: <http://www.ug.ru>
3. Портал издательского дома «Первое сентября» – URL: <http://1september.ru>
4. Информационно-образовательный портал Problems.ru – URL: <http://www.problems.ru>
5. Сайт журнала «Квант» – URL: <http://kvant.mccme.ru>
6. Портал «Математическое образование» – URL: <http://www.mccme.ru/edu>
7. Портал «Математические этюды» – URL: <http://www.etudes.ru/ru>
8. Портал Центра непрерывного математического образования, раздел «Интернет-библиотека» – URL: <http://ilib.mccme.ru>

### **Материально-технические условия реализации программы**

Программа профессиональной переподготовки осуществляется на основе материально-технической базы образовательной организации с использованием дистанционной среды Moodle в образовательном процессе. В период обучения используются: персональные компьютеры, мультимедийный проектор и др.

**Раздел А. «Предметно-содержательная деятельность»**

**Модуль 1. «Алгебра»  
Контрольная работа 1**

1. Пусть  $A, B$  и  $C$  – множества точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям соответственно. Изобразить в системе координат множество  $D$ , полученное из множеств  $A, B$  и  $C$  по формуле  $\alpha \delta$  :

|          |         |                                 |                     |
|----------|---------|---------------------------------|---------------------|
| $\delta$ | $\beta$ | $ x  \leq 6; -3 \leq y \leq -2$ | $(A \cup B) \div C$ |
| $\alpha$ | $\beta$ |                                 |                     |

2. Выяснить, используя диаграмму Эйлера-Венна, взаимное расположение множеств  $X, Y, Z$ , если  $A, B, C$  – произвольные подмножества универсального множества  $U$ :

|     |   |
|-----|---|
| $X$ | $\dot{C} \cup B$  |
| $Y$ | $(C \cap B) \cup (C \div (A \cap B))$   |
| $Z$ | $\dot{C}$<br>$C$<br>$B \cap (\dot{C})$<br>$(\dot{C} \cap \dot{B}) \cup \dot{C}$ |

3. Решить задачу с помощью диаграммы Эйлера-Венна или формулы включения-исключения: Среди 500 натуральных чисел каждое делится на 2, 3, 5 или 7. На 2 делятся 320 чисел, на 3 – 206, на 5 – 140 и на 7 – 77 чисел. На 6, 10, 14, 15, 21, 35 делятся соответственно 98, 69, 45, 40, 35 и 21 число. На 30, 42, 70, 105 – 25, 18, 16 и 14 чисел соответственно. Сколько чисел делится на 210?

4. Доказать методом математической индукции равенство:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

5. Решить задачу: Приведите три примера трехзначного натурального числа, которое при делении на 4 и 15 дает равные ненулевые остатки и средняя цифра которого является средним арифметическим крайних цифр.

**Контрольная работа 2**

1. Решить, используя свойства соответствующей функции:

$$\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+3x} + \sqrt{4x^2+y^2-2y-3} = \sqrt{x^4-1} - 2y + 3.$$

2. Решить уравнение, содержащее модуль:  $||x-1|-5| \leq 2$

$$\frac{|x^2-4x|+3}{x^2+|x-5|} = 1$$

3. Решить неравенство, содержащее модуль:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = y^5 - x^5 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

4. Решить систему уравнений :

5. Решить иррациональное уравнение:  $2x + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = x^2 + \sqrt[8]{10x - 2x^2 - 12} - 3$

6. Решить иррациональное неравенство:  $\frac{x - \sqrt{x-2}}{x - \sqrt{x-6}} > 0$

7. Решить показательное уравнение:  $10^{\sin^2 x} + 10^{\cos^2 x} = 11$

8. Решить систему показательных уравнений: 
$$\begin{cases} 3^{2y-x} = \frac{1}{81}, \\ 3^{x-y+2} = 27; \end{cases}$$
9. Решить показательное неравенство: 
$$\left(3^{\frac{x-1}{2}} - 1\right) \sqrt{3^x - 10\sqrt{3^x} + 9} \geq 0$$
10. Решить логарифмическое неравенство: 
$$0,5 \log_{x-2}(x^2 - 10x + 25) + \log_{5-x}(-x^2 + 7x - 10) \geq 3.$$
11. Решить систему логарифмических уравнений: 
$$\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3}, \\ xy = 16. \end{cases}$$

### Контрольная работа 3

- Решить уравнение методом разложения на множители:  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
- Решить дробно-рациональное уравнение:  $\frac{x+4}{x-1} + \frac{x-4}{x+1} = \frac{x+8}{x-2} + \frac{x-8}{x+2} - \frac{8}{3}$
- Решить методом замены переменных:  $3x^4 + 5x^3 - 14x^2 - 10x + 12 = 0$
- Решить систему уравнений: 
$$\begin{cases} x(x+y+z) = 70 \\ y(x+y+z) = 28 \\ z(x+y+z) = 98 \end{cases}$$

### Контрольная работа 4

1. Из пункта А в пункт В отправился товарный поезд. Через 1,5 ч вслед за ним отправился пассажирский поезд, скорость которого на 5 км/ч больше скорости товарного. Спустя 15 ч после своего выхода пассажирский поезд не только обогнал товарный, но и был впереди на 21 км. Найти скорость товарного поезда.

2. Из бака вместимостью 64 л, наполненного спиртом, вылили часть спирта и долили водой. Затем из бака вылили столько же литров смеси; тогда в баке осталось 49 л чистого спирта. Сколько спирта вылили в первый раз и сколько во второй?

3. Некоторый вклад находился в банке под 2% годовых (проценты простые, то есть они начисляются ежегодно только на первоначальную сумму). Через некоторое время этот вклад был взят вместе с полученными на него процентными деньгами, что составило 8502 р. Если бы этот же вклад был положен под 3% годовых, но сроком на один год меньше, то процентные деньги с него составили бы 819 р. Каков был вклад, помещенный в банк, и какое время он там находился?

4. От пристани вниз по течению реки одновременно отплыли пароход и плот. Пароход, доплыв до пристани В, расположенной в 324 км от пристани А, простоял там 18 ч и отправился назад в А. В тот момент, когда он находился в 180 км от А, второй пароход, отплывший из А на 40 ч позже первого, нагнал плот, успевший к тому времени проплыть 144 км. Считая, что скорости пароходов в стоячей воде постоянны и равны между собой, определить эти скорости, а также скорость течения реки.

5. Три гонщика А, В и С, стартовав одновременно, движутся с постоянными скоростями в одном направлении по кольцевому шоссе. В момент старта гонщик В находится перед гонщиком А на расстоянии 13 длины шоссе, а гонщик С перед гонщиком В на таком же расстоянии. Гонщик А впервые догнал гонщика В в тот момент, когда В закончил свой первый круг, а еще через 10 мин гонщик А впервые догнал гонщика С. Гонщик В затрачивает на круг на 2,5 мин меньше, чем гонщик С. За сколько минут проезжает круг гонщик А?

6. Мастера А и В работали одинаковое количество дней. Если бы А работал на один день меньше, а В—на 7 дней меньше, то А заработал бы 7200 р, а В — 6480 р. Если бы, наоборот, А работал на 7 дней меньше, а В—на один день меньше, то В заработал бы на 3240 р. больше А. Сколько заработал каждый мастер в действительности?

7. В кинозале находится  $n$  стульев, расположенных рядами, в каждом из которых одинаковое число стульев. Если к каждому ряду добавить по  $p$  стульев, а число рядов уменьшить на  $m$ ,

то общее число мест в кинозале останется прежним. Сколько рядов было в кинозале и сколько стульев было в каждом ряду?

8. Алексей, Борис и Владимир купили карандаши стоимостью 3 р. и блокноты. Алексей купил 4 карандаша и 2 блокнота, Борис — 6 карандашей и блокнот, Владимир — 3 карандаша и блокнот. Оказалось, что уплаченные ими суммы образуют геометрическую прогрессию. Сколько стоит блокнот?

9. Лодка спускается по течению реки на 10 км. а затем поднимается против течения на 6 км. Скорость течения реки равна 1 км/ч. Найти собственную скорость лодки, если вся поездка заняла 4 ч. В каких пределах может изменяться скорость лодки, чтобы вся поездка заняла от трех до четырех часов?

10. В 9 ч утра из пункта А в пункт С отправляется экспресс. В это же время из пункта В, расположенного между А и С, выходят два пассажирских поезда; первый из них следует в пункт А, а второй — в пункт С, причем скорости этих поездов равны. Экспресс встречает первый пассажирский поезд не позже, чем через 3 ч после его отправления, затем проезжает пункт В не ранее 14 ч того же дня, и, наконец, прибывает в пункт С одновременно со вторым пассажирским поездом через 12 ч после встречи с первым пассажирским поездом. Найти время прибытия в пункт А первого пассажирского поезда.

## Модуль 2. «Геометрия»

### І. Планиметрия

#### Контрольная работа 5

1. Доказать, что медианы в треугольнике пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении 1:2
2. Стороны треугольника равны  $a, b, c$ . Доказать, что длина медианы  $m_a$ , проведенной к стороне  $a$ , вычисляется по формуле  $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$
3. Доказать, что сумма расстояний от любой точки основания равнобедренного треугольника до боковых сторон равна высоте этого треугольника, проведенной к боковой стороне.
4. Пусть  $AB$  — хорда окружности,  $l$  — касательная к окружности ( $A$  — точка касания). Доказать, что каждый из двух углов между  $AB$  и  $l$  измеряется половиной дуги окружности, заключенной внутри рассматриваемого угла.
5. Доказать, что радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, вычисляется по формуле  $r = \frac{a+b-c}{2}$ , где  $a, b$  — катеты,  $c$  — гипотенуза.
6. Определить острый угол ромба, в котором длина стороны есть среднее геометрическое длин диагоналей.
7. В равнобедренной трапеции, описанной около окружности, отношение параллельных сторон равно  $k$ . Найдите угол при основании.
8. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность с центром  $O$ , причем его диагонали  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. Докажите, что  $\angle ODC + \angle OBA = 90^\circ$ .
9. Вершины правильного шестиугольника со стороной  $a$  являются центрами окружностей, радиусы которых равны  $\frac{a}{\sqrt{2}}$ . Найдите площадь части шестиугольника, расположенной вне этих окружностей.
10. В сегменте с дугой в  $120^\circ$  и высотой  $h$  вписан прямоугольник  $ABCD$  так, что  $(BC$  лежит на хорде). Найдите площадь прямоугольника.



## II. Стереометрия

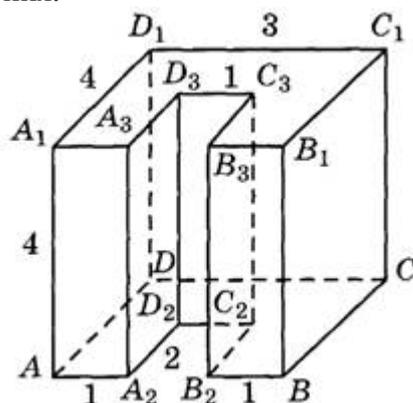
### Контрольная работа 6

1. В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с основанием  $ABC$  стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 5. На ребре  $AC$  находится точка  $D$ , на ребре  $AB$  находится точка  $E$ , а на ребре  $AM$  — точка  $L$ . Известно, что  $AD = AE = AL = 4$ .

- а) Докажите, что отрезок  $DE$  содержит центр основания пирамиды.
- б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $D$  и  $L$ .

2. На рисунке изображен многогранник, все двугранные углы которого прямые.

- а) Постройте сечение многогранника плоскостью, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $C_1$
- б) Найдите площадь этого сечения.



3. В правильной треугольной пирамиде  $MABC$  с основанием  $ABC$  стороны основания равны 6, а боковые ребра равны 8. На ребре  $AC$  находится точка  $D$ , на ребре  $AB$  находится точка  $E$ , а на ребре  $AM$  — точка  $L$ . Известно, что  $CD = BE = AL = 2$ .

- а) Докажите, что отрезок  $DE$  содержит центр основания пирамиды.
- б) Найдите угол между плоскостью основания и плоскостью, проходящей через точки  $E$ ,  $D$  и  $L$ .

4. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 13.

а) Постройте сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра, так, чтобы площадь этого сечения равнялась 72.

б) Найдите расстояние от плоскости сечения до центра основания цилиндра.

5. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  все ребра равны 1. Точка  $F$  — середина ребра  $AS$ .

а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $SAD$  и  $BCF$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $SAD$  и  $BCF$ .

6. В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 4$  и  $BC = 3$ . Длины боковых ребер пирамиды  $SA = \sqrt{17}$ ,  $SB = 3\sqrt{2}$ ,  $SD = 2\sqrt{5}$ .

а) Докажите, что  $SA$  — высота пирамиды.

б) Найдите угол между прямой  $SC$  и плоскостью  $ASB$ .

7. Вокруг куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  с ребром 2 описана сфера. На ребре  $CC_1$  взята точка  $M$  так, что плоскость, проходящая через точки  $A$ ,  $B$ , и  $M$ , образует угол  $15^\circ$  с плоскостью  $ABC$ .

а) Постройте линию пересечения сферы и плоскости, проходящей через точки  $A$ ,  $B$  и  $M$ .

б) Найдите длину линии пересечения плоскости  $ABM$  и сферы.

8. Две параллельные плоскости, находящиеся на расстоянии 8 друг от друга, пересекают шар. Получившиеся сечения одинаковы, и площадь каждого из них равна  $9\pi$ .

а) Постройте эти сечения.

б) Найдите площадь поверхности шара.

9. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 60, а боковое ребро  $SA$  равно 37. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .

- б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $\alpha$ .
10. В правильной четырехугольной пирамиде  $SABCD$  основание  $ABCD$  — квадрат со стороной 6, а боковое ребро равно 9. На ребре  $SA$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM = 6$ .
- а) Постройте перпендикуляр из точки  $S$  на плоскость  $BCM$ .
- б) Найдите расстояние от вершины  $S$  до плоскости  $BCM$ .
11. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .
- а) Постройте сечение куба плоскостью, проходящей через точки  $B, A_1$  и  $D_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $BA_1 C_1$  и  $BA_1 D_1$ .
12. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 3, боковые ребра равны 1, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ .
- а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $ADB_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .
13. В правильной треугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1$  стороны основания равны 5, боковые ребра равны 2, точка  $D$  — середина ребра  $CC_1$ .
- а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $ADB_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADB_1$ .
14. В правильной четырехугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 3, а боковые ребра равны 4. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 1 : 3$ .
- а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $BED_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BED_1$ .
15. В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = 8$  и  $BC = 6$ . Длины боковых ребер пирамиды  $SA = \sqrt{85}$ ,  $SB = \sqrt{65}$ ,  $SD = \sqrt{57}$ .
- а) Докажите, что  $SA$  — высота пирамиды.
- б) Найдите угол между прямыми  $SC$  и  $BD$ .
16. В правильной четырехугольной призме  $ABCA_1 B_1 C_1 D_1$  стороны основания равны 2, а боковые ребра равны 3. На ребре  $AA_1$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE : EA_1 = 1 : 2$ .
- а) Постройте прямую пересечения плоскостей  $ABC$  и  $BED_1$ .
- б) Найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BED_1$ .
17. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 4. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .
- б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .
18. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 12, а боковое ребро  $SA$  равно 8. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .
- б) Найдите объем пирамиды, вершиной которой является точка  $C$ , а основанием — сечение пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .
19. В основании четырехугольной пирамиды  $SABCD$  лежит прямоугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB = \sqrt{x^2 + y^2 - 6y} > 0$  и  $BC = 2\sqrt{x^2 + y^2 - 6y}$ . Длины боковых ребер пирамиды  $SA = 5$ ,  $SB = 6$ ,  $SD = \sqrt{x^2 + y^2 + 1} > 0$ .
- а) Докажите, что  $SA$  — высота пирамиды.
- б) Найдите угол между прямой  $SC$  и плоскостью  $ASB$ .
20. В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 12, а боковое ребро  $SA$  равно 13. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.
- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .
- б) Найдите площадь многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

**Модуль 3. «Тригонометрия»  
Контрольная работа 7**

1. Доказать тождество:  $\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \beta = \frac{\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha \sin^2 \beta}$
2. Вычислить:  $\cos 103^\circ \cos 43^\circ + \sin 103^\circ \sin 43^\circ$
3. Упростить:  $\frac{\sin(\alpha + 3\beta) + \sin(\alpha - 3\beta)}{\sin(\alpha + 3\beta) - \sin(\alpha - 3\beta)} \operatorname{ctg} \alpha$
4. Какие значения принимает функция  $f(x)$  на множестве  $X$ ?  

$$X = \left\{ (-1)^{2k+3} \cdot \frac{13\pi}{3} + \pi k, k \in \mathbb{Z} \right\}, f(x) = \operatorname{tg} x$$
5. Найти пересечение серий:  $x_1 = (-1)^k \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} k, k \in \mathbb{Z}; x_2 = \frac{5\pi}{6} + \frac{\pi}{2} k, k \in \mathbb{Z}$
6. Сократить дробь:  $\frac{\sin 2x(1 + 2 \cos 2x)}{\sin 3x}$
7. Найти функцию  $g(t)$  если:  $g(\cos x) = 2 \sin^2 3x \cos x$
8. Найти наибольшее решение уравнений  $x \in [\pi; 2\pi]: \operatorname{tg} x - \frac{\sin 2x}{|\sin 2x|} = 0$
9. Решить систему: 
$$\begin{cases} \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = 1, \\ \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1. \end{cases}$$
10. Решить неравенство:  $\sqrt{\sin 2x + \sin \frac{\pi}{6}} (\sin x + \cos x)^2 \leq 0$
11. Определить, при каких  $x$  справедливы тождества:  $\sin|x| = |\sin x|$

**Модуль 4. «Математический анализ»  
Контрольная работа 8**

1. Доказать по определению предела, что  $|x| \leq 6; -3 \leq y \leq -2$

2. Вычислить пределы:

|  |   |
|--|---|
| $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3n + n^2}{n^4 - 5n}$                | $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n+3}{3-3n} \right)^3$                    |
| $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7 - 3n^2 + n^3}{2n^2 - 5n - 3}$         |  |
| $(A \cup B) \div C$  | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1 + 3x)}$                             |
| $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^{x^2}$ | $\dot{C} \cup B$  |

3. Используя определение, доказать непрерывность функции  в точке  $(C \cap B) \cup (C \cap A \cap B)$
4. Исследовать на непрерывность функцию, определить характер точек разрыва. Изобразить график функции:

$$y = \begin{cases} \ln(1-x), & x < 1 \\ 2x-3, & 1 \leq x \leq 3 \\ \sqrt{3x}, & x > 3 \end{cases}$$

5. Отделить корни аналитически и уточнить один из них методом половинного деления:

6. Выяснить, являются ли функции  $f(x)$  и  $g(x)$  при  $x \rightarrow 0$  бесконечно малыми одного порядка малости:  $f(x) = 2 \operatorname{tg} 2x$ ,  $g(x) = \arcsin x$ .

7. Вычислить производные функций (сделать пояснения о том, какими правилами воспользовались при вычислении):

|                    |                              |                                      |
|--------------------|------------------------------|--------------------------------------|
| $y = 3 - 5x - x^2$ | $y = \frac{5x - x^2}{x - 3}$ | $y = (3 + x^2) \ln(x^2 - \sin x)$    |
| $y = 3^{x \ln 7x}$ | $\cos(xy) = x - 5y$          | $x = t \cos 8x, y = t^2 \sin(1 - x)$ |

8. Найти производную третьего порядка, если возможно, записать общее выражение для производной  $n$ -го порядка от функции:

9. Составить уравнения касательной к графику функции  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  в точке

10. Вычислить приближенно  $\arcsin 0,495$ , используя дифференциал функции.

11. Решить задачу: Корабль  $K$  стоит в 9 км от ближайшей точки  $B$  прямолинейного берега. С корабля нужно послать курьера в лагерь  $L$ , находящийся на берегу и расположенный в 15 км (считая по берегу) от точки  $B$ . В каком пункте  $P$  берега курьер должен пристать, чтобы попасть в лагерь в кратчайшее время, если он идет пешком 5 км/ч, а на веслах 4 км/ч?

12. Разложить многочлен  $\frac{x+4}{x-1} + \frac{x-4}{x+1} = \frac{x+8}{x-2} + \frac{x-8}{x+2} - \frac{8}{3}$  по степеням  $x+2$  по формуле Тейлора.

13. Провести исследование и построить график функции  $y = \frac{5x - x^2}{x - 3}$ .

14. Найти интегралы (сделать проверку, вычислив производную от полученной первообразной):

|  |   |  |
|--|---|--|
| a)  | b) $3x^4 + 5x^3 - 14x^2 - 10x + 12 = 0$ | c) $\begin{cases} x(x+y+z) = 70 \\ y(x+y+z) = 28 \\ z(x+y+z) = 98 \end{cases}$ |
|--|---|--|

15. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin \frac{x}{2}$ ,  $y = 0$ ,  $x = m_a$

## Модуль 5. «Теория вероятностей и математическая статистика»

### Контрольная работа 9

1. В прямоугольном треугольнике случайно выбирается вершина. Найдите вероятность того, что выбрана вершина прямого угла.

2. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число, меньшее чем 3?

3. На столе лежат 10 карточек, на которых написаны числа от 1 до 10. Миша случайно вытягивает одну карточку. С какой вероятностью число на выбранной карточке является составным?

4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков.

5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность выпадения комбинации ООР?

6. В соревнованиях по метанию копья участвуют 6 спортсменов из Польши, 5 спортсменов из Чехии, 8 спортсменов из Австрии и 6 — из Германии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступивший последним, окажется из Австрии.

7. В среднем из 1000 зарядных устройств, поступивших в продажу, 12 неисправные. Найдите вероятность того, что одно случайно выбранное зарядное устройство окажется исправным.

8. В чемпионате по гимнастике участвуют 25 спортсменок: 7 из Эстонии, 4 из Латвии, остальные — из Литвы. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Литвы.

9. В избирательный список внесены имена трех кандидатов: А., Б. и В. Порядок их в списке определяется случайно с помощью компьютера. Найдите вероятность того, что их имена будут расположены в списке в алфавитном порядке. Результат округлите до сотых.

10. Системный администратор обслуживает два сервера. Вероятность того, что в течение дня первый сервер потребует вмешательства, равна 0,2. Вероятность того, что второй сервер потребует вмешательства, равна 0,15. Найдите вероятность того, что в течение дня ни один из серверов не потребует вмешательства.

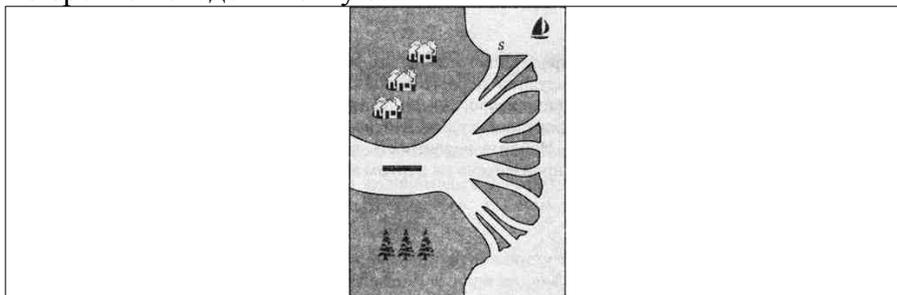
11. Вероятность того, что на тесте по обществознанию учащийся П. верно ответит больше чем на 10 вопросов, равна 0,39. Вероятность того, что П. верно ответит больше чем на 9. вопросов, равна 0,44. Найдите вероятность того, что П. верно ответит ровно на 10 вопросов.

12. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом следующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее чем 0,98?

13. Вероятность того, что новый принтер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,055. В некотором городе из 1000 проданных принтеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 53 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

14. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в пятницу в автобусе окажется меньше 35 пассажиров, равна 0,84. Вероятность того, что окажется меньше 25 пассажиров, равна 0,48. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 25 до 34.

15. Бревно плыет по течению реки к устью. Река разделяется на рукава. При каждом разветвлении реки бревно с равными шансами может попасть в любой из образующихся рукавов. Найдите вероятность того, что бревно попадет в точку  $S$ .



16. Бревно плыет по течению реки к устью. Река разделяется на рукава. При каждом разветвлении реки бревно с равными шансами может попасть в любой из образующихся рукавов. Некоторые рукава около выхода в море перегорожены сетями (см. рис). Найдите вероятность того, что бревно попадет в какую-нибудь сеть.

17. Лампы определенного типа выпускают только два завода. Первый завод выпускает 40% ламп, второй—60%. Среди продукции первого завода 2 % бракованных ламп, среди продукции второго — 3 %. Найдите вероятность того, что случайно купленная в магазине лампа этого типа окажется исправной.

18. Лампы определенного типа выпускают только два завода. Среди продукции первого завода 2% бракованных ламп, среди продукции второго — 3%. Известно, что при случайном выборе вероятность купить неисправную лампу этого типа равна 0,024. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа произведена на первом заводе.

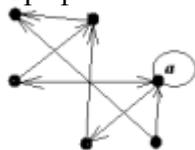
**Модуль 6. «Дискретная математика»  
Контрольная работа 10**

**I. Комбинаторика. Бином Ньютона. Биномиальное разложение**

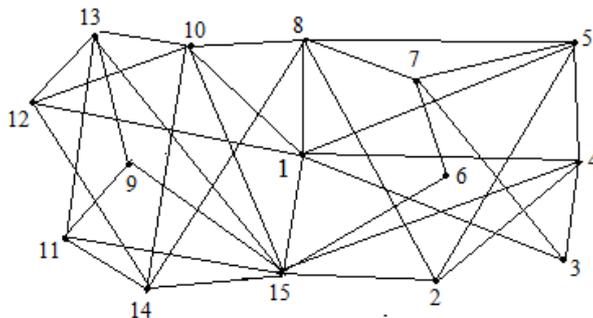
- Сколько существует способов, которыми можно набрать очки после трех выстрелов по мишени из 10 секторов?
- Определить число вариантов перестановок разрядов в векторе 01032.
- Имеется три типа снаряжения. Сколько существует способов снарядить пять спасателей?
- Решить комбинаторное уравнение:  $\alpha$
- Найти наибольший член разложения бинома  $(\sqrt{7}+3)^{15}$ .
- Найти коэффициент при  $x^{23}$  в разложении  $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2+2c^2-a^2}$  по полиномиальной формуле, полученной после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

**II. Графы**

- Записать для указанной вершины ее валентность, строку матрицы инцидентности, строку матрицы смежности, количество цепей длины 2 (введя самостоятельно индексацию дуг). Определить цикломатическое число графа.



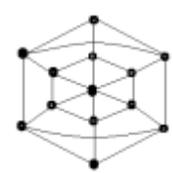
- Определить, сколько ребер надо удалить для построения каркаса, и построить каркасы графа, используя алгоритмы обхода «в ширину» и обхода «в глубину». Начало обхода – вершина с номером варианта.



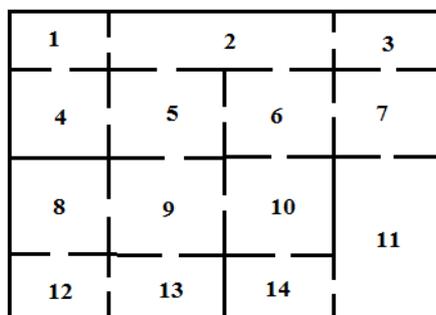
- По матрице смежности задать матрицу инцидентности и список, определить число компонент связности:

|   |  |   |   |
|---|--|---|---|
|   |  | 1 | 1 |
| 1 |  |   | 1 |
|   |  | 1 | 1 |
| 1 |  |   | 1 |

- Выяснить и обосновать является ли граф уникурсальным, если «да», то указать – эйлеров или полуэйлеров. Начертить абрис.



5. Старый рыцарь приказал построить лабиринт. В одной из его комнат было спрятано наследство. Вход в лабиринт замуровали. Определить: в какую из комнат надо пробить вход, и в какой комнате находится клад. Пройти в дверной проем можно только один раз.



*Тест*

1. Граф – это совокупность двух множеств, между которыми установлено:

|                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| a. отношение эквивалентности | b. отношение смежности     |
| c. отношение порядка         | d. отношение инцидентности |

2. Если вершина является концом или началом ребра, то говорят что:

|                             |                            |
|-----------------------------|----------------------------|
| a. вершина инцидентна ребру | b. ребро является петлей   |
| c. вершина и ребро смежные  | d. вершина и ребро кратные |

3. Вершины, которые соединены одним ребром называются:

|                 |                   |
|-----------------|-------------------|
| a. смежными     | b. кратными       |
| c. инцидентными | d. эквивалентными |

4. Граф, в котором есть и дуги и ребра называется:

|              |                 |
|--------------|-----------------|
| a. смешанным | b. полным       |
| c. кратным   | d. мультиграфом |

5. Петлей называется:

|   |   |
|---|---|
| a. последовательность ребер, начало и конец которой совпадают | b. ребра, инцидентные одним и тем же вершинам |
| c. ребро, начало и конец которого совпадают                   | d. смежные ребра                              |

6. Ребра инцидентные одним и тем же вершинам называются:

|             |                  |
|-------------|------------------|
| a. кратными | b. инцидентными  |
| c. смежными | d. параллельными |

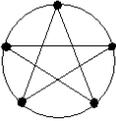
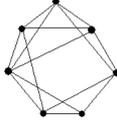
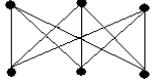
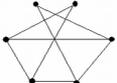
7. Вершины, инцидентные одним и тем же ребрам называются:

|             |                  |
|-------------|------------------|
| a. кратными | b. инцидентными  |
| c. смежными | d. параллельными |

8. Граф уникурсален, если

|  |   |
|--|---|
| a. одна вершина с четной степенью              | b. вершин с нечетной степенью либо нет, либо их две |
| c. вершин с четной степенью либо нет, либо две | d. одна вершина с нечетной степенью                 |

9. Выберите планарный граф:

|  |  |
|--|--|
| a.  | b.  |
| c.  | d.  |

10. В результате работы алгоритма обхода в глубину получают:

|  |                  |
|--|------------------|
| a. малоразветвленное дерево с длинными ветвями | b. эйлерову цепь |
| c. разветвленное дерево с короткими ветвями    | d. эйлеров цикл  |

11. Цикломатическое число дерева может равняться:

|      |                              |
|------|------------------------------|
| a. 0 | b. -1                        |
| c. 1 | d. любому натуральному числу |

12. Число компонент связности леса может равняться:

|      |                              |
|------|------------------------------|
| a. 0 | b. -1                        |
| c. 1 | d. любому натуральному числу |

13. Граф является деревом тогда и только тогда, когда:

|                     |            |
|---------------------|------------|
| a. $k=1, \lambda=0$ | b. $\beta$ |
| c. $k=\lambda=1$    | d. $m-n=1$ |

14. Выберите свойства деревьев:

|  |   |
|--|---|
| a. любая пара вершин может быть соединена единственным маршрутом   | b. дерево является максимальным связным графом    |
| c. среди всех связных графов с заданным количеством вершин дерево является максимальным безцикловым графом | d. количество ребер на 1 меньше количества вершин |

15. В результате работы алгоритма обхода в ширину получают:

|                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a. простой граф    | b. гамильтонов граф |
| c. регулярный граф | d. дерево или лес   |

### III. Математическая логика

1. Для данной бф:

- построить таблицу истинности;
- построить СДНФ и СКНФ двумя способами;
- построить СБНФ и записать полином Жегалкина двумя способами.

2. Составить таблицу истинности для композиции  $f_1(y, x, f_2(x, y, x))$  функций  $f_1=(00111101)$  и  $f_2=(10000111)$ .

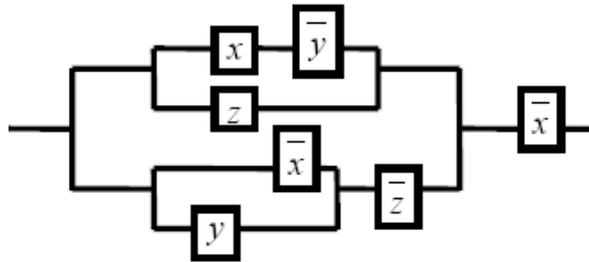
3. Для функции  $g(x, y, z)=(10011110)$  :

- выяснить, какие переменные являются фиктивными, а какие существенными. Если все переменные окажутся существенными, то требуется изменить столбец значений бф, так чтобы одна из переменных стала фиктивной. После этого выразить данную функцию формулой, в которой только существенные переменные.

4. Для функций  $g(x, y, z)=(10011110)$  и  $f(x, y, z, w)=(1100011000010101)$  :

- записать СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина;
- минимизировать методом Квайна и с помощью карты Карно.

5. Провести анализ схемы, затем по возможности упростить:



6. Синтезировать две РКС по ПФ и по условиям проводимости, затем упростить схемы.

*Тест*

- Какие из предложений являются высказываниями:
  - Москва – столица России;
  - Картины Пикассо слишком абстрактны;
  - Железо тяжелее свинца;
  - Снегопад – это плохая погода;
  - Студент физико-математического факультета.
- Какие из предложений являются истинными высказываниями:
  - Луна – спутник Марса;
  - Треугольник ABC подобен треугольнику DEF;
  - Ангара впадает в Байкал;
  - Кислород – газ;
  - Треугольники равны если их соответствующие углы равны.
- Какое из предложение **НЕ** является высказыванием:
  - Математика – интересная наука;
  - У русалок зеленые волосы;
  - Некоторые связные графы, имеющие нечетные степени вершин, не являются Эйлеровыми;
  - Каждый обязан сохранять природу и окружающую среду;
  - В романе «Евгений Онегин» 136245 букв.
- Выберите тавтологии:
  - Все кошки зеленоглазые;
  - Мурманск – порт на Каспийском море;
  - ЕАО – субъект РФ;
  - Плов – самое вкусное блюдо.
- Выберите тождественно ложные высказывания:
  - Манная каша самая вкусная каша;
  - Сталин – вождь и отец народов;
  - Математика – самая необходимая дисциплина в вузе;

- d. Карась не рыба.
6. Выберите формализацию высказывания «Если студент выучил теоретический материал, но не разобрал практический, то он к паре не подготовлен»:
- $(A \wedge \bar{B}) \rightarrow \bar{D}$
  - $(A \vee \bar{B}) \rightarrow D$
  - $(A \rightarrow D) \wedge \bar{B}$
  - $(A \rightarrow D) \vee (\bar{B} \rightarrow \bar{D})$
7. Какому высказыванию соответствует формула  $A \Leftrightarrow (\bar{B} \wedge C)$  :
- Дробь равна нулю в том случае, когда знаменатель не равен нулю, а числитель равен нулю;
  - Когда студент получает повышенную стипендию, то он успевает по математическому анализу и не пропускает занятия;
  - Дробь положительная тогда и только тогда, когда и числитель, и знаменатель одного знака;
  - Буря - это сильный ветер и проливной дождь.
8. Какому высказыванию соответствует формула  $A \Leftrightarrow (B \vee C)$  :
- Число делится на 5, когда оно оканчивается на 5 или на 0;
  - На 6 делятся четные числа, которые делятся на 3;
  - На 4 делятся те числа, у которых две последние цифры делятся на 4;
  - Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 без остатка.
9. Дизъюнкция двух высказывание – это высказывание, которое истинно в том случае, если:
- ложно хотя бы одно высказывание;
  - истинны оба высказывания;
  - истинно хотя бы одно высказывание;
  - ложны оба высказывания.
10. Импликация двух высказываний – это высказывание, которое ложно в том случае, если:
- посылка истинна, а следствие ложно;
  - посылка ложна, а следствие истинно;
  - и посылка, и следствие ложны;
  - и посылка, и следствие истинны.
11. Эквиваленция двух высказываний – это высказывание, которое ложно в том случае, если:
- если логические значения высказываний различные;
  - оба высказывания либо истинны, либо ложны;
  - истинны оба высказывания;
  - ложны оба высказывания.

12. Конъюнкция двух высказываний – это высказывание, которое истинно в том случае, если:
- оба ложны высказывание;
  - оба высказывания истинны или ложны одновременно;
  - истинно хотя бы одно высказывание;
  - истинны оба высказывания.
13. Определите, какое логическое значение может принимать высказывание  $A$  в истинном предложении «Если 4 – четное число, то  $A$ »:
- 1
  - 0
  - 0 или 1
14. Определите, какое логическое значение может принимать высказывание  $C$  в ложном предложении «Если 4 – четное число, то  $C$ »:
- 0
  - 1
  - 0 или 1
15. Если  $C$  – истинно, то какое значение принимает  $C \vee B$ :
- 1
  - 0
  - 0 или 1
16. Если  $(B \rightarrow C)$  – ложно, то какое значение принимает  $A \wedge (B \rightarrow C)$ :
- 0
  - 1
  - 0 или 1
17. Если  $A$  – истинно, то какое значение принимает  $\overline{A \vee B} \leftrightarrow (\overline{B} \wedge \overline{A})$ :
- 1
  - 0
  - 0 или 1
18. Определите, какое логическое значение может принимать высказывание  $B$  в истинном предложении  $B \leftrightarrow (2 = 3)$ :
- 0
  - 1
  - 0 или 1
19. Определите, какое логическое значение может принимать высказывание  $C$  в ложном предложении  $C \leftrightarrow (2 < 3)$ :
- 0
  - 1

с. 0 или 1

20. Преобразовать равносильным образом так, чтобы формула  $(X \vee Y) \rightarrow (\bar{X} \rightarrow Z)$  содержала только операции отрицание и дизъюнкцию:

- a.  $X \vee \bar{Y} \vee Z$
- b.  $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z$
- c.  $X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$
- d.  $\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}$

21. Преобразовать равносильным образом так, чтобы формула  $(X \rightarrow Y) \rightarrow (Y \wedge Z)$  содержала только операции отрицание и конъюнкцию:

- a.  $\overline{X \wedge \bar{Y} \wedge Y \wedge Z}$
- b.  $\overline{X \wedge Y \wedge \bar{Y} \wedge Z}$
- c.  $\overline{X \wedge \bar{Y} \wedge Y \wedge \bar{Z}}$
- d.  $\overline{X \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Y} \wedge \bar{Z}}$

22. Построить СДНФ для  $(\bar{X} \vee Z) \wedge (Y \vee Z)$ :

- a.  $XYZ \vee \bar{X}YZ \vee X\bar{Y}Z \vee \bar{X}\bar{Y}Z \vee \bar{X}YZ\bar{Z}$
- b.  $\bar{X}\bar{Y}\bar{Z} \vee \bar{X}YZ \vee X\bar{Y}Z \vee \bar{X}\bar{Y}Z \vee \bar{X}YZ\bar{Z}$
- c.  $XYZ \vee XY\bar{Z} \vee X\bar{Y}Z \vee \bar{X}\bar{Y}Z \vee \bar{X}YZ\bar{Z}$
- d.  $XYZ \vee \bar{X}YZ \vee X\bar{Y}\bar{Z} \vee \bar{X}\bar{Y}\bar{Z} \vee \bar{X}YZ\bar{Z}$

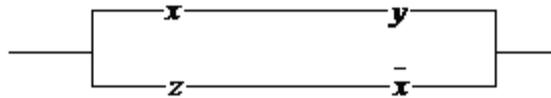
23. Построить СКНФ для  $(\bar{X} \wedge Z) \vee (Y \wedge Z)$

- a.  $(X \vee Y \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee \bar{Z})$
- b.  $(X \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee \bar{Z})$
- c.  $(X \vee Y \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee \bar{Z})$
- d.  $(X \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee \bar{Y} \vee Z) \wedge (\bar{X} \vee Y \vee \bar{Z})$

24. Построить КНФ для  $\overline{X \vee Z} \wedge (X \rightarrow Y)$ :

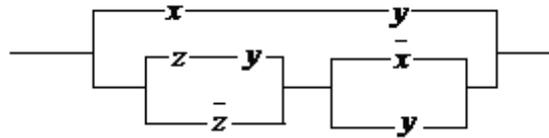
- a.  $\bar{X} \wedge \bar{Z}$
- b.  $\bar{X} \wedge Z$
- c.  $X \wedge \bar{Z}$
- d.  $X \wedge Z$

25. По РКС найти функцию проводимости:



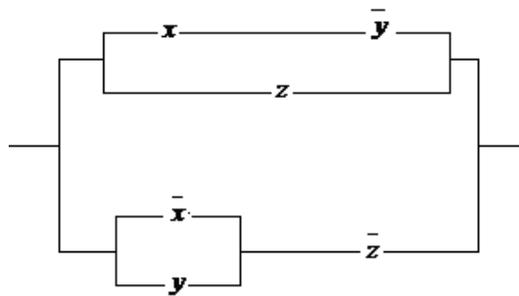
- a.  $(x \wedge y) \vee (z \wedge \bar{x})$
- b.  $(x \vee y) \wedge (z \vee \bar{x})$
- c.  $(x \vee z) \wedge (y \vee \bar{x})$
- d.  $((x \wedge y) \vee z) \vee \bar{x}$

26. По РКС найти функцию проводимости:



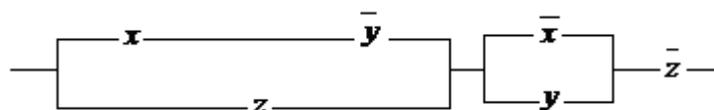
- a.  $(x \wedge y) \vee (((x \wedge y) \vee \bar{z}) \vee (y \vee \bar{x}))$
- b.  $(x \wedge y) \vee ((x \wedge y) \vee \bar{z} \vee (y \vee \bar{x}))$
- c.  $(x \wedge y) \vee (x \wedge y) \vee \bar{z} \vee (y \vee \bar{x})$
- d.  $((x \wedge y) \vee ((x \wedge y) \vee \bar{z}) \vee (y \vee \bar{x}))$

27. Упростить РКС:



- a. 1
- b. 0
- c.  $\bar{y} \wedge (x \vee z)$
- d.  $xyz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
- e.  $x \vee \bar{y}$
- f.  $yz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

28. Упростить РКС:



- a. 0
- b. 1

c.  $\bar{y} \wedge (x \vee z)$

d.  $xyz \vee \overline{xyz}$

e.  $x \vee \bar{y}$

f.  $yz \vee \overline{xyz}$

29. Закон поглощения имеет вид:

a.  $x \vee (y \wedge x) \equiv x$

b.  $x \vee (y \wedge x) \equiv y$

c.  $x \vee (y \wedge \bar{x}) \equiv x \wedge y$

d.  $x \vee (y \wedge \bar{x}) \equiv x \vee y$

30. После выполнения логического умножения в формуле  $(x \vee y) \wedge (z \vee w)$  получится:

a.  $(x \vee z) \wedge (y \vee z) \wedge (x \vee w) \wedge (y \vee w)$

b.  $(x \vee z) \wedge (y \vee w)$

c.  $(x \wedge z) \vee (y \wedge z) \vee (x \wedge w) \vee (y \wedge w)$

d.  $(y \vee z) \wedge (x \vee w)$

31. Выберите верный переход к другой операции для  $x \rightarrow y$ :

a.  $\bar{x} \vee y$

b.  $\bar{x} \wedge y$

c.  $\overline{x \vee y}$

d.  $x \vee \bar{y}$

32. Выберите верный переход к другой операции для  $x \leftrightarrow y$ :

a.  $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$

b.  $(x \rightarrow y) \vee (y \rightarrow x)$

c.  $(x \vee y) \wedge (y \wedge x)$

d.  $(\bar{x} \rightarrow y) \wedge (\bar{y} \rightarrow x)$

33. Для функции одного переменного можно задать следующие булевы функции:

a. тождественная, отрицание, 1, 0;

b. тождественная, отрицание, конъюнкция, дизъюнкция;

c. импликация, отрицание, конъюнкция, дизъюнкция;

d. импликация, эквиваленция, конъюнкция, дизъюнкция, отрицание.

34. Стандартный базис:
- $\{\vee, \wedge, \neg\}$
  - $\{\vee, \wedge, \rightarrow\}$
  - $\{\vee, \wedge\}$
  - $\{\vee, \neg\}$
35. Литералом называется:
- Формула вида  $x$ ;
  - Формулы вида  $x$  или  $\neg x$ ;
  - Формулы вида  $x \wedge y$  или  $x \vee y$ ;
  - Формулы вида  $x$  или  $y$  или  $\overline{x}$  или  $\overline{y}$ .
36. Выберите элементарную конъюнкцию:
- $\overline{xyx}$
  - $\overline{xzw}$
  - $\overline{xxzy}$
  - $\overline{xzyw}$
37. Определение СДНФ:
- дизъюнкция конъюнктов;
  - дизъюнкция конъюнктов, для каждого из которых выполняются свойства совершенства;
  - конъюнкция дизъюнктов;
  - конъюнкция дизъюнктов, для каждого из которых выполняются свойства совершенства.
38. Определение СКНФ:
- конъюнкция дизъюнктов;
  - конъюнкция дизъюнктов, в которой каждая элементарная дизъюнкция содержит ровно один литерал переменных;
  - дизъюнкция конъюнктов;
  - дизъюнкция конъюнктов, в которой каждый из конъюнктов содержит ровно один литерал переменных.
39. Длина ДНФ:
- число входящих дизъюнкций;
  - число входящих элементарных конъюнкций;
  - количество входящих в конъюнкт переменных;
  - количество всех литералов;
  - число входящих конъюнкций.
40. Минимальная ДНФ:

- a. ДНФ, содержащая наименьшее число литералов среди всех ДНФ, представляющих булеву функцию;
- b. ДНФ наименьшей длины;
- c. ДНФ, содержащая наименьшее число символов среди всех ДНФ, представляющих булеву функцию;
- d. ДНФ, содержащая наименьшее число элементарных конъюнктов среди всех ДНФ, представляющих булеву функцию.

## Модуль 7. «Экономические задачи»

### Контрольная работа 11

1. Олег хочет взять в кредит 1,2 млн рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными суммами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Ставка процента 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Олег взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 280 тысяч рублей?

2. В двух областях есть по 160 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 5 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,1 кг алюминия или 0,3 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда. Для нужд промышленности можно использовать или алюминий, или никель, причем 1 кг алюминия можно заменить 1 кг никеля. Какую наибольшую массу металлов можно добыть в двух областях суммарно для нужд промышленности?

3. У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно делить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором — 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором — 400 ц/га.

Фермер может продавать картофель по цене 10 000 руб. за центнер, а свеклу — по цене 11000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

4. 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение первого года кредитования нужно вернуть банку 822 тыс. рублей. Какую сумму нужно вернуть банку в течение второго года кредитования?

5. 31 декабря 2014 года Антон взял в банке 1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на определенное количество процентов), затем Антон переводит очередной транш. Антон выплатит кредит за два транша, переведя первый раз 510 тыс. рублей, во второй – 649 тыс. рублей. Под какой процент банк выдал кредит Антону?

6. В начале 2001 года Алексей приобрел ценную бумагу за 11 000 рублей. В конце каждого года цена бумаги возрастает на 4000 рублей. В начале любого года Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счет. Каждый год сумма на счете будет увеличиваться на 10%. В начале какого года Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через пятнадцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счете была наибольшей?

7. 15 января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего месяца;

- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

8. В июле 2016 года Инга планирует взять кредит в банке на три года в размере  $S$  млн рублей, где  $S$  — целое число. Условия его возврата следующие:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата должна производиться один раз в год с февраля по июнь;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

| Дата                | Июль 2016 | Июль 2017 | Июль 2018 | Июль 2019 |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Долг (в млн рублей) | $S$       | $0,6S$    | $0,3S$    | 0         |

Найдите наибольшее значение  $S$ , при котором каждая из выплат Инги будет меньше 5 млн рублей.

9. 15-го января Вика планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

| Дата                | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Долг (в млн рублей) | 1     | 0,8   | 0,4   | 0,35  | 0,2   | 0,15  | 0     |

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором Вике в общей сумме придется выплатить меньше 1,6 млн рублей.

10. 15-го января Алиса планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  — целое число;
- выплата должна производиться один раз в месяц со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

| Дата                | 15.01 | 15.02 | 15.03 | 15.04 | 15.05 | 15.06 | 15.07 |
|---------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Долг (в млн рублей) | 1     | 0,9   | 0,7   | 0,5   | 0,3   | 0,1   | 0     |

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором Алисе в общей сумме придется выплатить больше 1,4 млн рублей.

**Модуль 8. «Уравнения и неравенства с параметрами»  
Контрольная работа 12**

Решить относительно  $x$

1. 
$$r = \frac{a + b - c}{2}$$

2.



**Модуль 9. «Численные методы»  
Контрольная работа 13**

1. Найти корень уравнения  $(x - 1)^2 e^{0.003x - 3.55} - 1 = 0$  с точностью  $\angle ODC + \angle OBA = 90^\circ$  методами: дихотомии, хорд, Ньютона, комбинированного и итераций.

2. Решить систему методом Гаусса с выбором главного элемента. Точность решения  $\varepsilon = 10^{-3}$  :

|          |                      |          |             |   |                               |          |   |          |       |       |             |
|----------|----------------------|----------|-------------|---|-------------------------------|----------|---|----------|-------|-------|-------------|
| $a_{11}$ | $\frac{a}{\sqrt{2}}$ | $a_{13}$ | $120^\circ$ |   | $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{4}$ | $a_{31}$ |   | $a_{33}$ | $b_1$ | $b_2$ | $\sqrt{11}$ |
| 5        | 0                    | 1        | 1           | 3 | -1                            | -3       | 2 | 10       | 11    | 4     | 6           |

3. Решить систему методом квадратных корней. Точность решения :

|            |          |          |   |            |    |          |          |             |    |             |       |
|------------|----------|----------|---|------------|----|----------|----------|-------------|----|-------------|-------|
| $\sqrt{3}$ | $a_{12}$ | $a_{13}$ |   | $\sqrt{5}$ |    | $a_{31}$ | $a_{32}$ | $\sqrt{21}$ |    | $\sqrt{85}$ | $b_3$ |
| 5          | 0        | 1        | 1 | 3          | -1 | -3       | 2        | 10          | 11 | 4           | 6     |

4. Решить систему методом Зейделя. Точность решения  $\varepsilon = 10^{-3}$  :

|             |       |       |       |             |
|-------------|-------|-------|-------|-------------|
| $\sqrt{57}$ | $x_2$ | $x_3$ |       | $\sqrt{11}$ |
| 0,23        | -0,04 | 0,21  | -0,18 | 1,24        |
| 0,45        | -0,23 | 0,06  | 0     | -0,88       |
| 0,26        | 0,34  | -0,11 | 0     | 0,62        |
| 0,05        | -0,26 | 0,34  | -0,12 | -1,17       |

**Раздел В. «Предметно-методическая деятельность»**

**Модуль 1. «Требования к современному уроку»**

1. Согласно предложенному алгоритму формирования и развития коммуникативных универсальных действий осуществить постановку задач по самостоятельно выбранной предметной теме на достижение следующих целей:

- *Речевые задачи:*

- 1) Формирование коммуникативных действий, направленных на структурирование информации при защите компьютерной презентации продукта.
- 2) Формирование коммуникативных действий, направленных на описание последовательности своих действий при выборе способа решения задачи.
- 3) Формирование коммуникативных действий, направленных на объяснение последовательности своих действий при выборе способа решения задачи.
- 4) Формирование коммуникативных действий, направленных на доказательство оптимальности выбранного способа решения задачи.
- 5) Формирование коммуникативных действий, направленных на убеждение в правильности своих действий.

- *Задачи на организацию и осуществление сотрудничества:*

- 1) Формирование коммуникативных действий по согласованию усилий в процессе организации и осуществления сотрудничества (кооперация).
- 2) Формирование коммуникативных действий, помогающих пониманию позиции собеседника и анализ оснований для того или иного мнения партнеров по общению.
- 3) Формирование коммуникативных действий, связанных с умением слушать и слышать собеседника, учитывая разные мнения уметь обосновывать собственное.
- 4) Освоение правил и навыков ведения дискуссий.

2. Составить последовательность не менее, чем из пяти нестандартных задач, ориентированных на каждый из уровней развития *познавательной мотивации* с выбором не менее двух оснований для создания проблемной ситуации. Дать характеристику проблемы.

Тема:

|   |        |         |
|---|--------|---------|
| Пониженный уровень познавательной мотивации |        |         |
| Вид противоречия                            | Задача | Решение |
| Повышенный уровень познавательной мотивации |        |         |
| Вид противоречия                            | Задача | Решение |

3. Составить план подготовки доклада на 10 минут выступления, к нему составить хронокарту работы над докладом и проверить корректность планирования времени:

| Действие                                  | Время |      |
|---|-------|------|
|   | План  | Факт |
| Определение темы и цели                   |       |      |
| Чтение литературы                         |       |      |
| Отбор и систематизация содержания доклада |       |      |
| Написание тезисов доклада                 |       |      |
| Проверка                                  |       |      |
| Подготовка презентации доклада            |       |      |
| Всего                                     |       |      |

- На основе анализа хронокарты установить те пункты плана, выполнение которых было успешным, а какие требуют более длительного выполнения. Провести коррекцию плана.
- Разработать критериальную базу для оценивания заданий по математике (письменная работа, ответ у доски, работа на уроке и др.).

Тест

1. Функции УУД:

- a) Организация взаимодействия педагогов, обучающихся и их родителей;
- b) Обеспечение ценностно-смысловой ориентации учащихся;
- c) Обеспечение возможности учащимся самостоятельно осуществлять свою деятельность;
- d) Обеспечение социальной компетентности;
- e) Создание условий для развития личности и ее самореализации;
- f) Обеспечение успешного усвоения знаний, умений, навыков.

2. Учебные умения, соответствующие познавательным логическим УУД:

- a) моделирование;
- b) смысловое чтение;
- c) подведение под понятие;
- d) создание алгоритмов деятельности;
- e) доказательство;
- f) выделение главной и второстепенной информации;
- g) сравнение, классификация объектов по выделенным признакам;
- h) выдвижение гипотез и их обоснование.

3. Выберите слагаемые познавательного развития:

- a) готовность и способность к саморазвитию и самореализации;
- b) воспитание патриотизма;
- c) развитие символического мышления;
- d) формирование российской и гражданской идентичности на основе принятия системы ценностей общества;
- e) развитие продуктивного воображения;
- f) способность управлять своей интеллектуальной деятельностью;
- g) сознательная ориентация на позицию других людей.

4. Соотнесите формулировки с видами УУД:

|               |   |
|---------------|---|
| A. Личностные | 1. Способен составить математическую модель исследуемого процесса |
|---------------|---|

|                    |  |
|--------------------|--|
|                    | 2. Сформирована учебная мотивация  |
|                    | 3. Способен осознать объем усвоенного материала и качество усвоения  |
|                    | 4. Владеет операциями сериации, классификации, умеет устанавливать причинно-следственные связи                                       |
|                    | 5. Способен вести продуктивный диалог с учетом позиции других людей  |
| В. Регулятивные    | 6. Способен к волевому усилию  |
|                    | 7. Способен построить логически доказательную цепочку рассуждений  |
|                    | 8. Умеет слышать и слушать партнеров по диалогу  |
|                    | 9. Способен критически относиться к собственному мнению, признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его |
|                    | 10. Способен выделять главную и второстепенную информацию  |
| С. Познавательные  | 11. Способен ясно и четко излагать свои мысли  |
|                    | 12. Понимает кто он в этом мире, свои сильные и слабые стороны   |
|                    | 13. Способен извлекать необходимую информацию в процессе взаимодействия с другими людьми   |
|                    | 14. Способен сформулировать проблему и наметить пути ее решения  |
|                    | 15. Способен структурировать информацию  |
| D. Коммуникативные | 16. Умеет делать нравственный выбор и давать нравственную оценку   |
|                    | 17. Адекватно реагирует на возникающие затруднения, стремится их разрешить   |
|                    | 18. Способен адекватно оценить результат своих действий  |
|                    | 19. Способен вносить необходимые дополнения и коррективы в последовательность и способы действий в случае необходимости              |
|                    | 20. Осознает смысл учения и понимает личную ответственность за будущий результат   |

A: \_\_\_\_\_

B: \_\_\_\_\_

C: \_\_\_\_\_

D: \_\_\_\_\_

5. Соотнесите типовые задачи с видами УУД:

|                    |  |
|--------------------|--|
| А. Коммуникативные | 1. задание партнеру  |
|                    | 2. задания на нахождение отличий, сравнение, поиск лишнего, упорядочивание |
|                    | 3. диалоговое слушание   |
| В. Регулятивные    | 4. полемика  |
|                    | 5. поиск информации в разных источниках                                    |
|                    | 6. прогнозирование результата  |
| С. Познавательные  | 7. эмпирическое исследование   |
|                    | 8. расшифровка схемы   |

|  |  |
|--|--|
|  | 9. соблюдение графика подготовки мероприятия |
|  | 10. ведение протокола выполнения задания     |

A: \_\_\_\_\_

B: \_\_\_\_\_

C: \_\_\_\_\_

6. В чем отличие **описания** от **объяснения**?

\_\_\_\_\_

7. В чем отличие **убеждения** от **доказательства**?

\_\_\_\_\_

8. Задание «**Подготовка новогоднего праздника**» способствует формированию/развитию следующих умений:

коммуникативных: \_\_\_\_\_

познавательных: \_\_\_\_\_

регулятивных: \_\_\_\_\_

9. Задание «**Кто прав?**» способствует формированию/развитию следующих умений:

коммуникативных: \_\_\_\_\_

познавательных: \_\_\_\_\_

регулятивных: \_\_\_\_\_

10. Задание «**Подготовка к докладу о великом математике**» способствует формированию/развитию следующих умений:

коммуникативных: \_\_\_\_\_

познавательных: \_\_\_\_\_

регулятивных: \_\_\_\_\_

11. Определите тип противоречия в следующей проблемной ситуации

**«Почему произношение числа 1 млн. 212 тыс. 345 нельзя упростить, как мы это делаем с телефонными номерами, произнося их слева направо по цифре?»**

\_\_\_\_\_

12. Определите тип противоречия в следующей проблемной ситуации

**«Каким должно быть отношение сторон прямоугольного листа бумаги, чтобы у половины этого листа было такое же отношение сторон?»**

\_\_\_\_\_

13. Определите тип противоречия в следующей проблемной ситуации

**«Николаю позавчера было 11 лет, а в следующем году ему исполнится 14 лет. Какого числа и какого месяца у Николая день рождения?»**

\_\_\_\_\_

14. Соотнесите формулировки вопросов и типами вопросов:

|               |   |
|---------------|---|
| A. Простые    | 1. Почему на указанном промежутке функция возрастает?                           |
|               | 2. В чем заключается геометрический смысл производной?                          |
|               | 3. Что бы изменилось, если бы в неравенстве треугольника допускалось равенство? |
| B. Уточняющие | 4. Как поведет изменится характер монотонности функции, если произ-             |

|                 |  |
|-----------------|--|
|                 | водная не поменяет знак при переходе через точку?  |
|                 | 5. Прав ли я, утверждая, что $ \emptyset  = \emptyset$ ?   |
|                 | 6. В чем неточность утверждения «В равнобедренном треугольнике высота является одновременно и биссектрисой и медианой»?            |
| С. Оценочные    | 7. Что изменится, если сумма противоположных углов четырехугольника будет меньше $180^\circ$ ?                                     |
|                 | 8. Какие из корней уравнения попадают в указанный промежуток?  |
|                 | 9. Как узнать количество экстремумов функции по ее графику, используя геометрический смысл производной?                            |
| D. Практические | 10. Как построить треугольник по заданной стороне и двум прилежащим углам?   |
|                 | 11. Что такое показатель степени?  |
|                 | 12. Почему в указанной точке нет экстремума функции?   |
| E. Творческие   | 13. Верно ли высказывание: «Если две стороны одного треугольника равны двум сторонам другого треугольника, то треугольники равны»? |
|                 | 14. Почему надо переходить к решению совокупности уравнений, а не к решению системы уравнений?                                     |
|                 | 15. Какой треугольник называется равносторонним?   |

A: \_\_\_\_\_

B: \_\_\_\_\_

C: \_\_\_\_\_

D: \_\_\_\_\_

E: \_\_\_\_\_

15. Какая цель достигается путем собственных усилий:

- (a) Цель-желание;
- (b) Активная цель;
- (c) Цель профанация.

16. Осуществление какого уровня соответствует исследовательской деятельности?

- (a) Репродуктивный;
- (b) Эвристический;
- (c) Творческий.

17. В чем отличие учебного исследования от научного?

- (a) Значимость полученного знания;
- (b) Новизна полученного знания;
- (c) Объем полученного знания.

18. Какие УУД формируются и развиваются в учебном исследовании

На первом этапе: \_\_\_\_\_

На последнем этапе: \_\_\_\_\_

## Модуль 2. «Методика обучения математике»

**А.** Предоставить примеры методических разработок в подготовке к ОГЭ и ЕГЭ по выбранным заданиям.

**В.** Выполнить контрольную работу.

**С.** Выбрать правильный ответ среди предложенных

1. Объемы понятий «составное число» и «простое число» находятся в отношении:

|                 |                    |
|-----------------|--------------------|
| а) включения;   | в) совпадения;     |
| б) пересечения; | г) не пересекаются |

2. Одним из существенных признаков в определении понятия «трапеция» является

|  |                                  |
|--|----------------------------------|
| а) наличие параллельных прямых;          | в) наличие непараллельных прямых |
| б) наличие двух пар параллельных прямых; |                                  |

3. В определении понятия «правильной пирамидой называется пирамида, в основании которой лежит правильный многоугольник» не выполнено требование:

|  |                                 |
|--|---------------------------------|
| а) указано не ближайшее родовое понятие; | в) в определении порочный круг; |
| б) определение неполно;                  | г) это определение-отрицание    |

4. Укажите логическую связь теорем «Параллельный перенос – движение», «Движение является параллельным переносом»

|                                       |  |
|---------------------------------------|--|
| а) прямая и обратная;                 | в) обратная и противоположная к ней;   |
| б) прямая и противоположная к прямой; | г) противоположная к прямой и обратная |

5. В суждении «Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ » условие равенства суммы углов  $180^\circ$  для треугольника является

|                 |                              |
|-----------------|------------------------------|
| а) необходимым; | в) необходимым и достаточным |
| б) достаточным; |                              |

6. Доказательство теоремы косинусов в школьном учебнике

|            |              |
|------------|--------------|
| а) прямым; | б) косвенным |
|------------|--------------|

7. При решении неравенства  $3(x+1) < 4(2+x)$  целесообразно использовать

|                                      |                         |
|--------------------------------------|-------------------------|
| а) синтетический способ рассуждения; | в) несовершенный анализ |
| б) совершенный анализ;               |                         |

8. На каком этапе изучения понятия «трапеция» в курсе геометрии можно использовать наблюдение и опыт

|                                     |                               |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| а) раскрытие содержания понятия;    | в) мотивация изучения понятия |
| б) обучение действию распознавания; |                               |

9. На каком из этапов изучения признаков подобия треугольников возможно сравнение с признаками равенства треугольников

|                               |                          |
|-------------------------------|--------------------------|
| а) этап мотивации;            | в) усвоение формулировок |
| б) поиск пути доказательства; |                          |

10. Формирование общего метода решения класса однотипных задач – есть цель использования

|                      |                        |
|----------------------|------------------------|
| а) только правил;    | в) правил и алгоритма; |
| б) только алгоритма; | г) свойств             |
|                      | д) теорем              |

11. Определите, чем является следующее высказывание «чтобы перемножить два отрицательных числа, надо перемножить их модули и в произведении поставить знак «+»

|                 |              |
|-----------------|--------------|
| а) правило;     | в) алгоритм; |
| б) определение; | г) теорема   |

12. «Чтобы найти часть от целого, надо целое умножить на дробь, соответствующую той части». Данное высказывание является

|                                     |                               |
|-------------------------------------|-------------------------------|
| а) алгоритмом, свернутым в правило; | б) правилом, но не алгоритмом |
|-------------------------------------|-------------------------------|

13. Вывод, сделанный на основе полной индукции является примером

|              |                              |
|--------------|------------------------------|
| а) истинным; | в) требующим доказательства; |
| б) ложным;   | г) требующим проверки        |

14. Метод математической индукции является примером

|                             |                       |
|-----------------------------|-----------------------|
| а) дедуктивных рассуждений; | в) неполной индукции; |
| б) полной индукции;         | г) аналогией          |

15. Процесс получения нового суждения из одного или нескольких данных суждений есть

|                         |                 |
|-------------------------|-----------------|
| а) определение понятия; | г) высказывание |
| б) умозаключение;       | д) посылка      |
| в) теорема;             | е) тезис        |

**D.** Установить, истинно или ложно утверждение

1. В определении понятия «смежные углы» видовые отличия связаны дизъюнктивно.
2. Определение понятия «линейное уравнение» является определением – соглашением.
3. параллелограммом называется четырехугольник, у которого пара противоположных сторон равны и параллельны.
4. Теорема «Признак параллельности прямой и плоскости» имеет прямое доказательство.
5. Учение сформулировал теорему, обратную к теореме синусов «Если стороны пропорциональны синусам противолежащих углов, то фигура является треугольником».
6. При решении задачи «Будет ли треугольник со сторонами 3 см, 4 см, 5 см – прямоугольным», ученик обосновал свой ответ ссылкой на теорему Пифагора.
7. Сравнивая многогранники и многоугольники, ученик выделил у многогранников отличие: углы, стороны, вершины.
8. На начальном этапе решения задач на построение, используется совершенный анализ.
9. Используя неполную индукцию на этапе «раскрытия» содержания правила (или алгоритма), получаем вероятностный вывод.
10. Любое правило можно развернуть и считать его алгоритмом.
11. Если в верной пропорции поменять местами средние члены или крайние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны.
12. «Чтобы выполнить вычитание смешанных чисел, надо 1) привести дробные части этих чисел к общему знаменателю; 2) при необходимости, занять единицу целой части уменьшаемого, превратив дробную часть в неправильную дробь; 3) отдельно выполнить вычитание целых и дробных частей». Данное предписание является алгоритмом.
13. Теорему синусов и теорему косинусов можно вводить по аналогии.

Е. Учитывая разноуровневую дифференциацию, составить 3 варианта самостоятельной работы для 5 класса по теме «Все действия с обыкновенными дробями» в соответствии с требованиями ФГОС.

Ф. Составить систему упражнений для 5-6 классов (пропедевтический курс) для подготовки к изучению геометрии в 7-9 классах.

### Модуль 3. «Учебно-исследовательская и проектная деятельность в предметной области «Математика»»

Разработать проект/учебное исследование по следующему плану

1. *Идея проекта/исследования*

| Раздел образовательного стандарта | Идея проекта/учебного исследования |
|-----------------------------------|------------------------------------|
|                                   |                                    |

2. Составьте *краткое описание* и разработайте *сценарий* проекта/учебного исследования.
3. Выделите важнейшие, с Вашей точки зрения, познавательные, коммуникативные и регулятивные *универсальные учебные действия*, которые Вы планируете развивать в процессе реализации проекта/учебного исследования (не более 15).
4. Определите *цель* Вашего проекта/учебного исследования.
5. Определите *основополагающий и проблемный вопросы, учебные задачи* проекта/учебного исследования.
6. С учетом выбранных для развития УУД, разработайте несколько *заданий*, ориентированных на учеников, которых Вы планируете привлечь, с учетом их индивидуальных особенностей.
7. Разработать *критерии оценивания* работы над проектом/учебным исследованием, в соответствии со следующими целями:
  - выявление потребностей учащихся;
  - мотивация стратегического обучения;
  - освоение учебного материала.
  - Разработать критерии оценивания:
    - развития выбранных УУД;
    - результата проекта/учебного исследования;
    - работы участников проекта/учебного исследования.

Составьте *график оценивания* и, соответствующие каждому этапу графика, *средства оценивания*.

8. Составить график работ над проектом/учебным исследованием с подробным описанием каждого из этапов графика.

#### Тест

1. Установите соответствие:

| <i>Методы познания</i>          | <i>Уровень познания</i> |
|---------------------------------|-------------------------|
| А. Эксперимент                  | 1. Теоретический        |
| В. Математическое моделирование |                         |
| С. Наблюдение                   | 2. Эмпирический         |
| Д. Структурный анализ           |                         |
| Е. Систематизация               |                         |

Ответ: \_\_\_\_\_

2. Выберите из предлагаемого списка общие и отличительные черты проектной деятельности от учебно-исследовательской деятельности:

| Общие | Отличительные |
|-------|---------------|
|       |               |

- a) Четкие временные рамки;
- b) Непрерывность деятельности;
- c) Осязаемый продукт;
- d) Обязательно наличие гипотез;
- e) Субъективный характер цели;
- f) Планирование этапов выполнения;
- g) Образовательное значение.

3. Что не содержится в подходе «5 П» (зачеркните):

- a) Проблема
- b) Потребности
- c) Презентация
- d) Планирование
- e) Портфолио
- f) Поиск информации
- g) Продукт
- h) Продвижение

4. В педагогической литературе различают три основных вида учебных исследований: теоретическое (Т), эмпирическое (Э), смешанное (С). Определите, к какому виду относится исследование:

| Класс | Тема  | Вид |
|-------|---|-----|
| 10    | Историческая реконструкция возникновения теории графов                          |     |
| 9     | Динамика успеваемости по математике учащихся с 5 по 9 класс                     |     |
| 5     | Зависимость частоты пульса от эмоционального состояния и от физических нагрузок |     |
| 8     | Сравнение приведенной брони разных видов техники                                |     |
| 6     | Культура питания людей разных профессий   |     |
| 7     | Способы составления алгоритма действий  |     |

5. Расставьте соответствие «обучение-метод», выбрав варианты из предлагаемого списка:

| Традиционное обучение | Проектное обучение |
|-----------------------|--------------------|
|                       |                    |

- a) Урочные занятия
  - b) Совместная работа учащихся
  - c) Оценочные тесты
  - d) Личностно-ориентированный
  - e) Долгосрочное исследование
  - f) Принятие решений учителем.
6. Опираясь на Ваше понимание сути метода проектов, выберите уроки, основанные на проектном методе:
- a) Теорема Пифагора. Ученики знакомятся с историческим материалом, а потом представляют собственное доказательство теоремы по предложенным чертежам.
  - b) Поворот. Учащиеся знакомятся с новым видом симметрии, приобретают навыки построения образов различных фигур при повороте на разные углы. Сопоставляя ранее изученные виды симметрии, устанавливают частные случаи.
  - c) Алгебраические уравнения. Ученики изучают алгебраические уравнения, исследуя один аспект велосипеда, например, диаметр колеса и пройденное расстояние, или размер рамы и норму веса. Ученики применяют математические формулы, чтобы разобраться, как работает велосипед. Затем свои выводы они оформляют в рекомендации по выбору велосипеда при покупке.
  - d) Питание. Учащиеся изучают основы здорового питания и основы потребления, планируя создание нового кафе вкусной и здоровой пищи. Разрабатывая меню, они учитывают углеводно-белковый баланс и калорийность.

7. Сергей учится в 8 классе. Он общителен и интересуется информатикой. Свободное время обычно проводит в социальных сетях. Он статист в популярной онлайн-игре. Однако к учебе в целом, и к математике особенно интереса не проявляет. Активность на уроке на «нуле», домашнюю работу практически не выполняет, с тестами справляется плохо. Какой вид работы над проектом лучше всего подойдет Сергею?
- a) Совместный проект с непрерывным оцениванием, таким как рефлексия, отзывы одноклассников и наставления учителя. Все это поможет Сергею научиться проходить тестирование.
  - b) Сергей в совместном проекте мог бы играть роль координатора действий участников проекта и роль технического специалиста. Ему можно поручить подготовку презентации результата проекта.
  - c) Необходимо поручить Сергею индивидуальную исследовательскую работу, которая поможет развить в нем навыки выполнения домашнего задания. Тему исследования Сергей выбирает сам.
8. Светлана трудолюбива, но есть проблемы со сроками выполнения заданий. Иногда она вообще про них забывает. Учитель постоянно ей напоминает о предстоящих проверочных работах. Какой вид работы над проектом лучше всего подойдет Светлане?
- a) В работе над проектом «Организация праздника» учащиеся используют план проекта, проверочные листы и календари, чтобы отслеживать задания и сроки их выполнения. Учитель регулярно общается с каждой группой, задействованной в проекте, и дает свои комментарии.
  - b) В работе над проектом «Организация праздника» учащиеся индивидуально готовят презентацию для экспертной группы. Им предоставляется сценарий проекта и они работают над своими презентациями, проводя исследование по данным предварительного социального опроса.
  - c) В начале работы над проектом «Организация праздника» учащиеся получают описание проекта со сроками и планом работ. В течение проекта они исследуют проблему и делают в каждой группе презентацию.
9. Марина – самостоятельная и амбициозная ученица, она училась в классе с традиционной формой обучения. Она хорошо выполняет тестовые задания, регулярно готовит домашнее задание, зачастую правильно отвечает на вопросы учителя, но чувствует себя неуверенно в новых формах обучения, теряет интерес к заданию, если оно связано с продолжительным промежутком времени. Какой вид работы над проектом лучше всего подойдет Марине?
- a) Учитель предлагает сформулировать вопрос о физических приложениях производной для изучения. Учитель определяет Марину в группу отстающих и просит направлять их, пока они работают над ее вопросом и демонстрируют ей знания.
  - b) Учитель математики совместно с учителем физики решают сделать совместный 2-месячный проект о физических приложениях производной. В течение проекта группа учащихся будет много работать с преподавателем вуза.
  - c) Учитель планирует 2-недельный проект о физических приложениях производной. Учащиеся выступают в роли физиков исследователей, выбирают конкретную область приложения, разрабатывают вопросы, подбирают соответствующие примеры и делятся своими наработками с учителем физики в форме рекомендаций к решению задач по этой теме.
10. Развитию теоретического мышления способствуют приемы:
- a) «Синквейн»
  - b) «С высоты птичьего полета – на землю»
  - c) «От земли – к вершине»
  - d) «Отсроченная отгадка»

Дополнительная профессиональная программа профессиональной переподготовки «Обучение математике в соответствии с требованиями ФГОС» с правом ведения образовательной деятельности по математике. – Биробиджан : ОГАОУ ДПО «ИПКПР», 2017. – 54 с.